

## Глава 3

# Характерные масштабы в мезоскопике

### 3.1 Введение

Структуры современных интегральных схем приближаются к фундаментальным пределам и их следующее поколение как может оказаться будет иметь неожиданные свойства вследствие малых размеров сопоставимых с длиной волны и вследствие флуктуаций. Квантовые эффекты проявляются тогда, когда характерный размер устройства становится сравнимым с де-Бройлевской длиной волны. Но не только тенденция к миниатюризации вводит нас в область мезоскопике. Число электронов  $n$  в устройстве становится счетным, и в результате, например, свойства систем, содержащих нечетное  $n = 2i + 1$  и четное  $2i$  количества электронов могут стать различными.

Традиционная макрофизика оперирует с объектами, содержащими макроскопическое число  $N$  частиц (электронов), так что их термодинамическое или в приближении среднего поля описание является хорошим. В другом предельном случае, микроскопическая физика (например, физика элементарных частиц или молекулярная физика) имеют дело с объектами содержащими малое число частиц, порядка единицы. Мезоскопическая физика занимает промежуточную область, в которой число частиц в изучаемом объекте хотя и велико, но квантовые флуктуации физических параметров не являются пренебрежимо малыми.

Конструирование систем на масштабе электронной длины волны позволяет создавать искусственные атомы (квантовые точки), искусственные цепочки частиц (квантовые провода). В этих объектах Кулоновское взаимодействие играет существенную роль и приводит к ряду интересных явлений. В частности, работа нескольких важных мезоскопических устройств, например, таких как одноэлектронный транзистор, основана на эффекте Кулоновского взаимодействия.

### 3.2 Масштабы длины, характерные в мезоскопической физике

#### А) Фермиевский волновой вектор

$k_F = 2\pi/\lambda_F = \sqrt{(2\pi n/g_v)}$ , где  $n$  - плотность электронов на единицу площади.

Характерные значения для (100) n-Si-MOSFET

$$k_F = 1 \times 10^6 \text{ см}^{-1} \text{ при } n = 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}.$$

#### В) Фермиевская длина волны $\lambda_F = 2\pi/k_F$

В вырожденном Ферми-газе, при  $T = 0$  электроны занимают состояния соответственно волновому вектору  $k$  с  $|\mathbf{k}| \leq k_F$ . Полная плотность электронов равна

$$n = \begin{cases} \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{3} k_F^3 & d = 3; \\ \frac{2}{(2\pi)^2} \pi k_F^2 & d = 2; \\ \frac{2}{2\pi} k_F & d = 1 \end{cases}$$

Коэффициент 2 из-за спинового вырождения,  $g_s = 2$ .

Рассмотрим численные оценки характерных величин :

$$\lambda_F \approx 46 \text{ \AA} \quad \text{для n-GaAs/AlGaAs при } n = 3 \times$$

$$10^{11} \text{ см}^{-2}. (g_v = 1).$$

$$\lambda_F \approx 64 \text{ \AA} \quad \text{для n-Si-MOS при } n = 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}.$$

( $g_v = 2$ ).

(Дополнительное вырождение из-за двух долин в (100)Si,  $g_v = 2$ ).

В общем случае, для  $d = 2$

$$n = \pi k_F^2 \frac{2g_v}{(2\pi)^2}. \quad (3.1)$$

C) **Фермиевская скорость**  $v_F = \hbar k_F / m$ .

Для (100) n-Si-MOSFET

$v_F \approx 6 \times 10^6$  см/с при  $n = 3 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>.

D) **Длина свободного пробега**  $l_p$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_p}{m} = \frac{nev_F l_p}{m} \quad (3.2)$$

Мы использовали выше  $v = v_F$  и  $k = k_F$  потому что при  $k_B T \ll E_F$  все процессы происходят в близкой окрестности  $E_F \pm k_B T$ .

NOTE:  $\tau_p$  (транспортное время) это время релаксации импульса, соответствующее рассеянию на большой угол. У разных параметров (энергия, фаза волны, спин) имеется свое время релаксации  $\tau_i$ .

E) **Фундаментальная единица сопротивления**

$$R = \frac{h}{e^2} = 25813\Omega.$$

$$R \times C = [\text{время}]$$

$$C = [\text{длина}]$$

$$R = \frac{\text{time}}{\text{length}}$$

$$\sigma = R^{-1} = [\text{скорость}].$$

$$k_F l_p g_v = \sigma \quad \text{когда} \quad \sigma \text{ в единицах} \quad \left(\frac{e^2}{h}\right).$$

F) **Размер системы**

Рассмотрим мезоскопическую систему, заключенную в “ящик”  $L_x \times L_y \times L_z$ , где  $L_z < L_y < L_x$ .

Имеются две характерные энергии

- Энергия системы квантуется согласно

$$\varepsilon(i_x, j_y, k_z) = \frac{\hbar^2}{2m} \left[ \left(\frac{\pi i_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{\pi j_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{\pi k_z}{L_z}\right)^2 \right], \quad (3.3)$$

где  $i_x, j_y, k_z$  являются целыми. Система естественным образом может быть классифицирована следующим образом, в зависимости от относительной величины  $L_x, L_y, L_z$  и  $\lambda_F$ .

(1)  $\lambda_F \ll L_z < L_y < L_x$ : 3D (объемные тела)

(2)  $L_z \leq \lambda_F < L_y < L_x$ : 2D (MOSFET,

гетероструктуры, QW)

(3)  $L_z \sim L_y \leq \lambda_F < L_x$ : 1D (квантовые провода)

(4)  $L_z \sim L_y \sim L_x < \lambda_F$ : 0D (квантовые точки).

- Кулоновская энергия всей системы электронов, заключенных в ящик :  
 $E_c = e^2/(\kappa L)$  на 1 электрон.

Большие системы:  $E_c < \varepsilon$

Малые системы:  $E_c > \varepsilon$ .

Кроссовер отвечает  $L \sim \sqrt{\lambda_F a_B}$ ,

где  $a_B = \kappa \hbar^2 / (m e^2)$ , Боровский радиус ( $a_B = 32 \text{ \AA}$  для объемного Si, в котором  $\kappa = 11.5$ ).

Для двумерной системы электронов в Si электрическое поле частично расположено в объеме Si, а частично - в подзатворном диэлектрике ( $\text{SiO}_2$ ), поэтому средняя  $\bar{\kappa} = 7.7$  и  $a_B^* = 21.5 \text{ \AA}$ ).

### G) Длина тепловой диффузии

Электрон движется **баллистически** на масштабе меньшем  $l_p$ , и движется **диффузионно** на масштабах больших  $l_p$ . Такое движение характе-

ризуется Эйнштейновским коэффициентом диффузии  $D$ :

$$D \sim \frac{1}{2} v_F^2 \tau = \frac{l_p^2}{2\tau} = \frac{l_p v_F}{2}. \quad (3.4)$$

В результате рассеяния (в основном, на примесях) электронные волны соответствующие вектору  $k$  уширяются в энергетическом интервале  $\Delta\varepsilon \sim \hbar/\tau$ . Это уширение в импульсном пространстве имеет следующий вид:

$$\Delta k \sim (dk/d\varepsilon(k))\Delta\varepsilon = 1/l_p.$$

Фазовая когерентность однако, оказывается не разрушенной рассеянием на примесях.

При  $T \neq 0$ , транспорт определяется тепловым усреднением по всем состояниям в интервале  $E_F \pm k_B T$ . Это означает, что электрон теряет энергию и фазовую когерентность спустя время  $\sim \hbar/(k_B T)$ . Последний интервал времени соответствует длине

$$L_T = \sqrt{D\hbar/k_B T}. \quad (3.5)$$

называемой **тепловой диффузионной длине** или **длине тепловой диффузии**.

### Энергия Таулесса.

Имеется важная энергия, соответствующая раз-

меру системы: Пусть  $t$  есть характерное время, которое требуется чтобы электрон в процессе диффузионного движения прошел от центра системы и достиг края образца. Энергия Таулесса есть  $E_T = \hbar/t$ . Она характеризует чувствительность энергетического уровня системы к граничным условиям. С другой стороны, подставляя в предыдущую формулу  $L_T = L$  и  $k_B T = E_T$ , замечаем, что

$$E_T = D\hbar/L^2 \quad (3.6)$$

Два состояния, энергии которых отличаются более чем на энергию Таулесса, коррелированы друг с другом, а в противном случае могут рассматриваться как независимые одночастичные состояния, энергии которых не расщеплены.

### Н) Длина фазовой когерентности

Фаза электрона сбивается в результате многократного рассеяния в процессе диффузионного движения. Расстояние, на котором электрон ухитряется поддерживать свою фазовую когерентность, называется длиной фазовой когерентности (или, что эквивалентно - длиной сбоя фазы)  $l_\varphi$ ; соответственно длине имеется и характерное время фазовой когерентности (или, что эквивалентно, временем сбоя фазы, временем фазовой релаксации)  $\tau_\varphi$ , соответственно.

Время релаксации фазы  $\tau_\varphi$  определяется, главным образом, неупругим рассеянием, так что

$$L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi} = \lambda\sqrt{\tau_\varphi/\tau_p}, \quad (3.7)$$

где сделана подстановка  $D = (v_F)^2\tau/2$ , а  $l_p$  (или, для краткости,  $l$ ) как мы помним - длина свободного пробега, т.е. длина релаксации импульса. При высоких  $T$  релаксация энергии (фазы) определяется, в основном, рассеянием электронов на фононах, а при низких температурах фононный вклад исчезает и доминирующим является электрон-электронное рассеяние.

$$\tau_\varphi \propto T^{-p}, \quad (3.8)$$

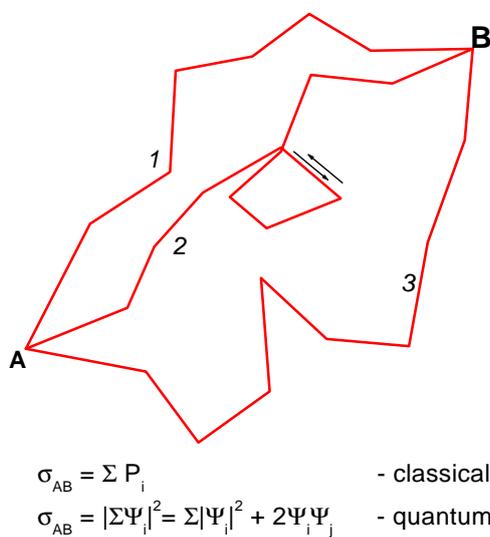


Рис. 3.1: Схематическое изображение процесса диффузионной проводимости между двумя точками,  $A$  и  $B$ .

где  $p = 2$  или  $1$  для  $e$ - $e$  рассеяния и  $p > 2$  для рассеяния на фононах.

### I) Диффузионный и Баллистический режимы

$$L \gg l_p \quad (3.9)$$

$$L \ll l_p \quad (3.10)$$

Гетероструктуры с высокой подвижностью  $\mu$ :

$l_p \sim 50$  мкм - баллистика;

Кремниевые МДП структуры с высокой подвижностью  $\mu$ :

$l_p \sim 0.3$  мкм - диффузия ;

1D (QWi), 0D (QD):

$l_p \sim 100 \text{ \AA}$ .

Для систем, содержащих мезоскопические сужения, в 2D-объеме и в области сужения могут достигаться различные режимы транспорта.

Кроме того, в **QD** и **QWi**

$\lambda_F = 2\pi/k_F = 354(10^{12} \text{ см}^{-2}/n)^{1/2} \text{ \AA}$  так что  $L < \lambda_F$  и энергия квантования не очень важна, за исключением низких  $T$ .

**Кулоновская энергия становится главным параметром.**