

ОП

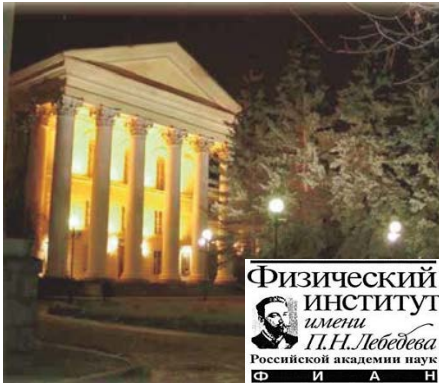
Физика сверхпроводимости и квантовых материалов На кафедре «Физика и технология наноструктур»

Руководитель: В.М. Пудалов,
(pudalov@lebedev.ru), **7(499)132-6780**

База:

- ✓ Центр высокотемпературной сверхпроводимости и квантовых материалов им. В.Л. Гинзбурга («**Центр Гинзбурга**»)
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

<https://gc.lebedev.ru/>

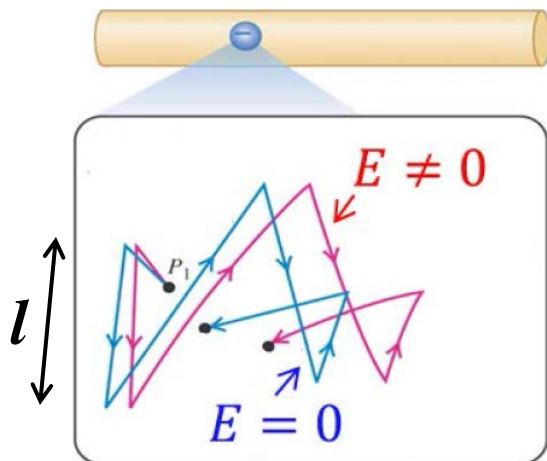
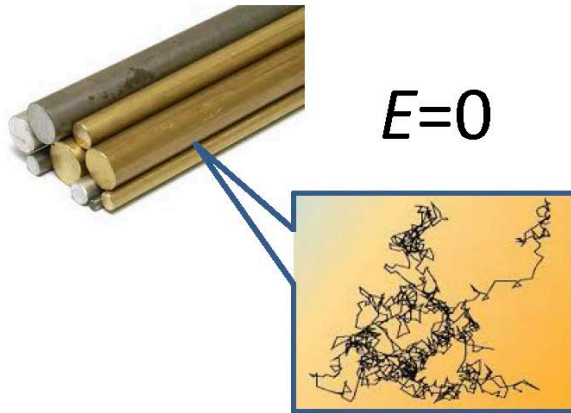


Лекция: «Баллистическое распространение электронов по квантовым проводам»

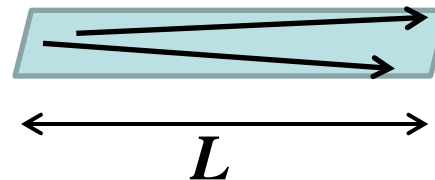
В.М. Пудалов

Диффузионный и баллистический транспорт

Диффузионное движение: $l \ll L$



Баллистическое движение: $l > L$



Оценим l для Cu:

$$\sigma(T=300K) = 6 \cdot 10^5 / \Omega \cdot \text{см} \text{ и } n \approx 10^{23} \text{см}^{-3}$$

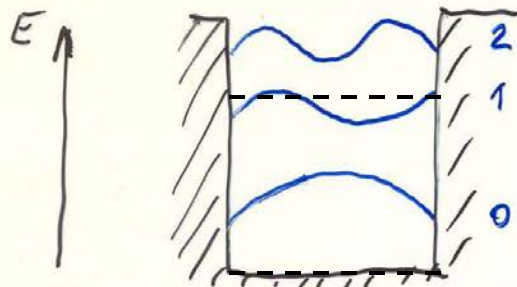
$$\tau = 10^{-14} \text{с} \text{ и } l = 1 \text{нм}$$

- Чистые образцы,
- Микро- и наноструктуры,
- Низкие температуры

2.3. Квантование энергии

skip

А) Прямоугольная потенциальная яма

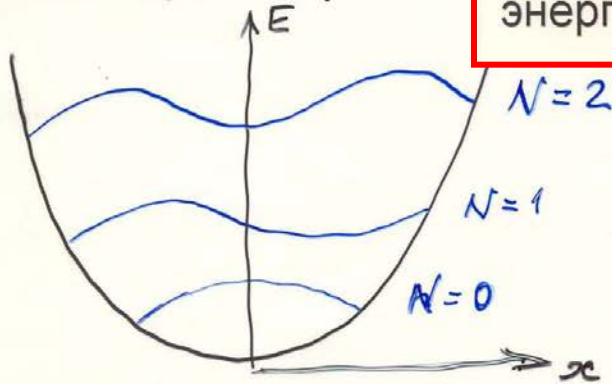


$$\begin{aligned}\delta p \delta x &= \hbar \\ \delta p &= p \text{ (1/2 периода)} \\ p &= \hbar/\lambda \\ E &= \hbar^2/(2m\lambda^2) \quad N=0\end{aligned}$$

$$E = \hbar^2(N+1)^2/(2m\lambda^2)$$

Важно: у квантовой системы может быть несколько состояний! Состояние с наименьшей энергией - основное

В) Линейный осциллятор

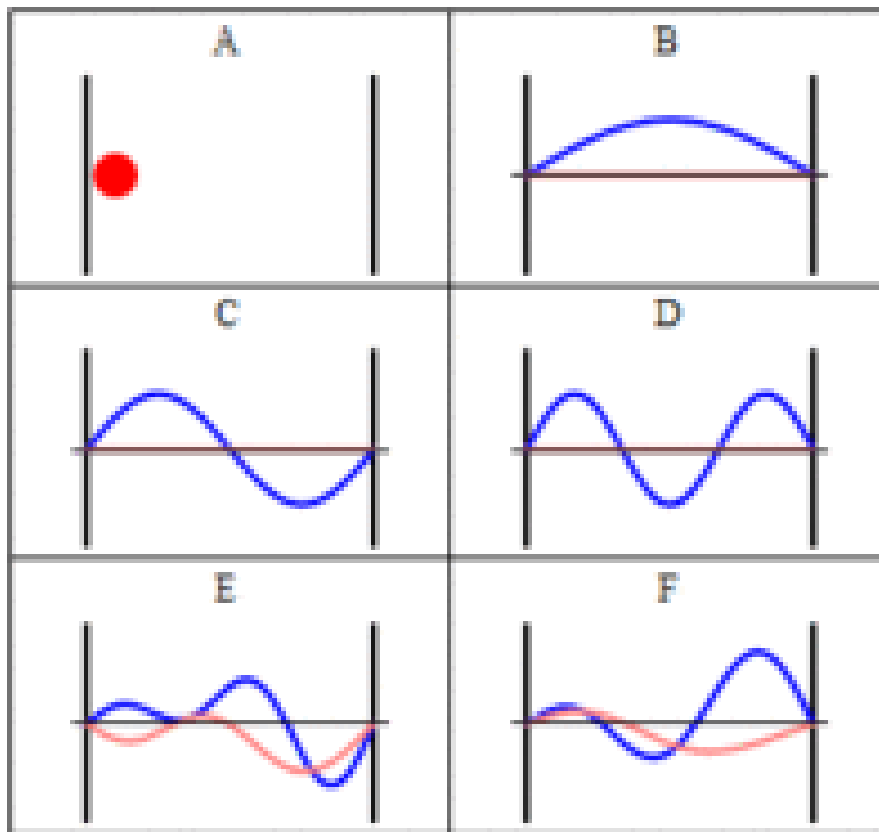


$$E_{pot} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

ω - собственная частота колебаний
(в классической механике)

$$E_N = (N+1/2)\hbar\omega$$

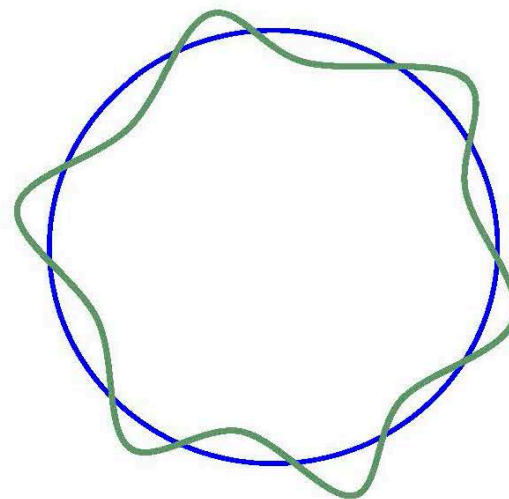
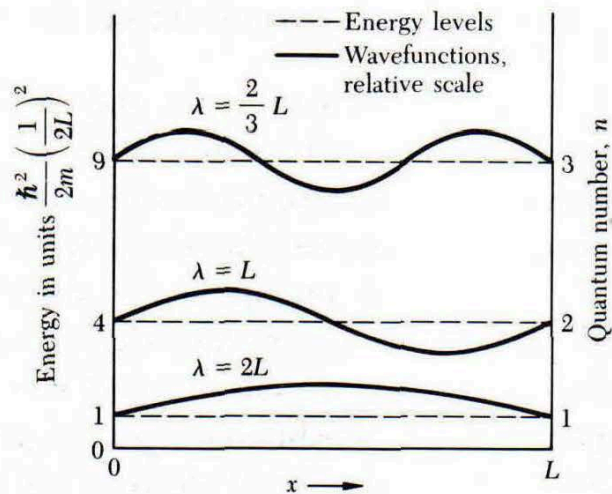
Прямоугольная потенциальная яма в классической и квантовой механике



Решение – плоская волна $\Psi(x)=A \sin(kx) - B\sin(kx)$

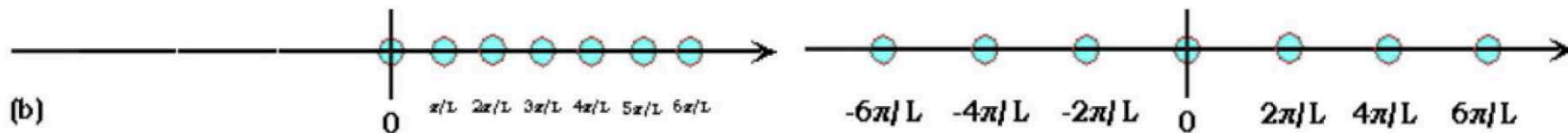
Гран. условия “ящика”

Периодические гран. условия



$$k = \pi/L, 2\pi/L, 3\pi/L \dots$$

$$k = \pm 2\pi/L, \pm 4\pi/L, \pm 6\pi/L \dots$$



Подсчет числа состояний в 1D-Ферми газе

$$\psi(0) = \psi(L)$$

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=L}$$

$$\sin(kL) = \sin(k0) = 0$$

$$k_n = \frac{2\pi n}{L}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$N_{1D}(k)\delta k$ – число состояний в интервале от k до $k+\delta k$

$$N_{1D}(k)\delta k \equiv \left(\frac{dN}{dk} \right) \delta k = 2 \frac{L}{2\pi} \delta k = \frac{L}{\pi} \delta k, \quad \begin{array}{l} 2 - \text{спиновое} \\ \text{вырождение} \end{array}$$

$$N(k)_d = \frac{g_s}{(2\pi)^d}$$

Плотность состояний по импульсу на 1 объема
 d - размерность пространства

Плотность состояний по энергии (1D)

$$n_{1D}(E)\delta E = n_{1D}(E)\frac{dE}{dk}\delta k = 2n_{1D}(k)\delta k$$

2 значения $\pm k$?
Поэтому удваиваем
для сведения к одной
(+) полуоси

$$n_{1D}(E) = \left(\frac{2}{\pi}\right) \frac{1}{d\varepsilon/dk} \quad \text{Для свободного газа}$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$v = d\omega / dk = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{d\varepsilon}{dk} \right)$$

$$n_{1D}(E) = \frac{1}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}}$$

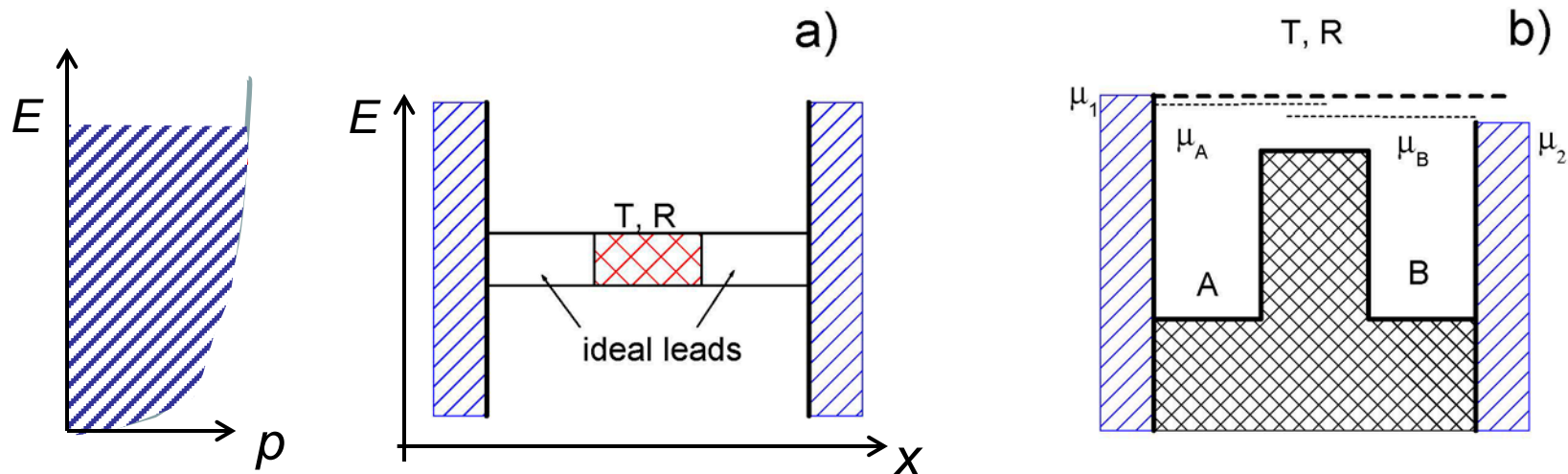
\equiv

$$n_{1D}(E) = \frac{2}{\pi\hbar v(E)}$$

Баллистический транспорт заряда

Теоретические идеи: Landauer (1957)

Экспериментальное открытие: B. J. van Wees, H. Van Houton, C. W. Beenakker et al. (1988); D. Wharam, et al. (1988).



Резервуары L и R поглощают все входящие в них электроны, а также выпускают в подводящие провода электроны с энергией $< \mu_1, \mu_2$.

T, R - коэффициенты прохождения и отражения, соответственно, $T+R=1$;

v - групповая скорость электронов в идеальных подводах и

$dn_{\rightarrow}/dE = 1/(\pi\hbar v)$ - плотность состояний для электронов движущихся \rightarrow в 1D системе.

Полный ток текущий через систему

$$I = ev \frac{dn_{\rightarrow}}{dE} T(\mu_1 - \mu_2) = \frac{e}{\pi\hbar} T(\mu_1 - \mu_2)$$

скорость чудесным образом сократилась !

Падение напряжения между контактами 1 и 2 равно $V_{21} = (\mu_1 - \mu_2)/e$.

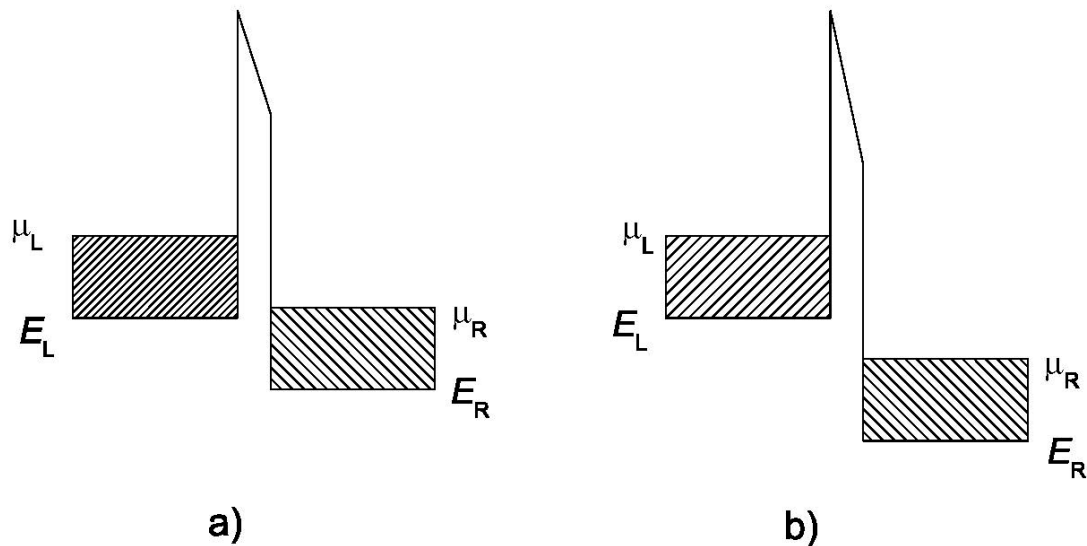
Двух-зажимная
проводимость между
точками 1 и 2

$$G = \frac{I}{V_{21}} \approx \frac{e^2}{\pi\hbar} T$$

Более точный анализ,
с учетом подводящих
проводов:

$$G = \frac{I}{V_{21}} = \frac{e^2}{\pi\hbar} \frac{T}{(1-T)}$$

Формула
Ландауэра
(LANDAUER,
1957)



Барьер, разделяющий два Ферми-моря электронов, с положительным напряжением приложенным к правой стороне.
 (a) случай малого приложенного напряжения,
 (b) большое приложенное напряжение; электроны с правой стороны не вносят вклада в полный ток.

Повторим вывод более подробно

Рассмотрим электроны, которые налетают на барьер с левой стороны и затем добавим электроны налетающие на барьер с правой стороны.

Ток вследствие электронов прилетающих слева $I_L = n q v$

$$I_L = 2e \int_0^{\infty} f[\varepsilon(k), \mu_L] v(k) T(k) \frac{dk}{2\pi}$$

← Фазовый объем

Заменяем интегрирование по k интегрированием по энергии:

$$dk = \frac{dk}{dE} dE = \frac{1}{\hbar v} dE$$

← 1D плотность состояний

Подставим это в выражение для тока и обозначим дно зоны в левом и правом подводах E_L и E_R :

$$I_L = 2e \int_{E_L}^{\infty} f(E, \mu_L) v T(E) \frac{dE}{2\pi \hbar v} = \frac{2e}{h} \int_{E_L}^{\infty} f(E, \mu_L) T(E) dE.$$

Можно было бы ожидать, что состояния с большей энергией имеют большую скорость и поэтому будут вносить больший ток. Однако, скорость снова удивительным образом точно сокращается в этом выражении !

Ток от электронов движущихся справа налево

$$I_R = -\frac{2e}{h} \int_{E_R}^{\infty} f(E, \mu_R) T(E) dE.$$

Коэффициент прохождения $T(E)$ одинаков (зеркальная симметрия и симметрия обращения времени). Складывая два выражения получим полный ток:

$$I = I_L + I_R = \frac{2e}{h} \int_{E_L}^{\infty} [f(E, \mu_L) - f(E, \mu_R)] T(E) dE.$$

Ток не пропорционален напряжению и, в общем случае, **закон Ома не выполняется !**

4 важных случая

(1) Приложено большое напряжение [$V = (\mu_L - \mu_R)/e > \mu_L - E_L$], все состояния для электронов справа - ниже дна зоны электронов с левой стороны и потому не дают вклад в ток. В этом случае функция заполнения $f(E, \mu_R)$ может быть опущена. Т.о., электроны с правой стороны не играют никакой роли вообще

(2) При низкой температуре $T \ll T_F$ Ферми-функция распределения может быть заменена ступенчатой функцией. Только электроны с энергией в интервале от E_L до E_R вносят вклад в ток. В этом случае результат упрощается

$$I = \frac{2e}{h} \int_{\mu_R}^{\mu_L} T(E) dE$$

(3) Если напряжение смещения мало (по сравнению с μ/e), то разность Ферми- функций распределения может быть разложена в наинищем приближении. Положим $\mu_L = \mu + (1/2)eV$ и $\mu_R = \mu - (1/2)eV$, где μ - положение уровня Ферми в равновесии. Тогда

$$f(E, \mu_L) - f(E, \mu_R) \approx eV \frac{df(E, \mu)}{d\mu} = -eV \frac{df(E, \mu)}{dE}$$

$$I = \frac{2e^2 V}{h} \int_{E_L}^{\infty} \left(\frac{-df}{dE} \right) T(E) dE$$

Получили результат в **Омическом режиме**, когда ток пропорционален приложенному напряжению. В этом режиме проводимость $G = I/V$ дается выражением

$$G = \frac{2e^2}{h} \int_{E_L}^{\infty} \left(-\frac{df}{dE} \right) T(E) dE$$

(4) При $T \ll T_F$, когда функция распределения является намного более резкой чем любые особенности в $T(E)$, можно заменить $-df/dE = \delta(E - \mu)$ в проводимости. Тогда интеграл сводится к локальному значению при $E = \mu$

и мы получаем замечательно простой результат:

$$G = \frac{2e^2}{h} T(\mu)$$

Многоканальный случай

Пусть система имеет дискретные уровни энергии E_i и, соответственно имеет N_{\perp} проводящих каналов на уровне Ферми E_F . Каждый канал характеризуется своим продольным волновым вектором k_i ,

Чему равно N_{\perp} ?

Возьмем 1D канал шириной $W = \lambda_F/2$. В нем только один уровень размерного квантования, двукратно вырожденный по спину $N_{\perp} = 2W/(\lambda_F/2) = 2$. Если канал в 2 раза шире, $W = \lambda_F$, то в нем поместятся два уровня размерного квантования, с

$\lambda_F/2 = W$ и $\lambda_F = W$. Т.о., в 1D-канале число уровней $N_{\perp} = 2 \times 2W/\lambda_F$ (коэффициент 2 – вследствие спинового вырождения).

В терминах волновых чисел

$$\begin{aligned} N_{\perp}^{(1D)} &= 2Wk_F/\pi & W - \text{ширина} \\ N_{\perp}^{(2D)} &= Ak_F^2/\pi^2 & A - \text{площадь сечения} \end{aligned}$$

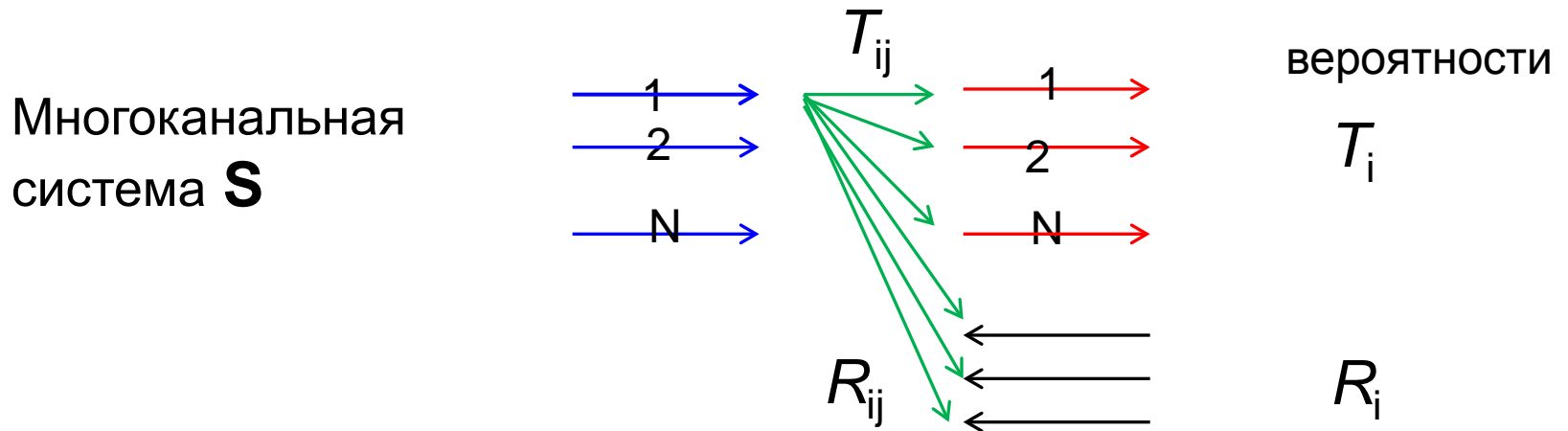
Рассеяние в многоканальной системе

Все подводящие каналы -

(1): с левой стороны, идущие направо, и

(2) с правой стороны, идущие налево -

подпитываются электронами из соответствующих резервуаров с хим. потенциалами μ_1, μ_2 , соответственно.

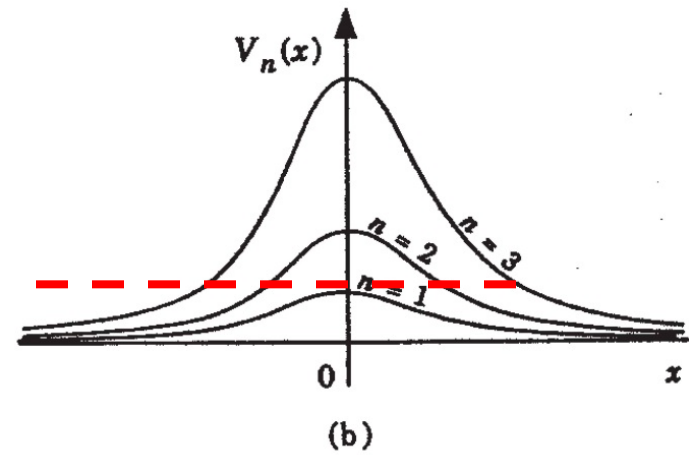
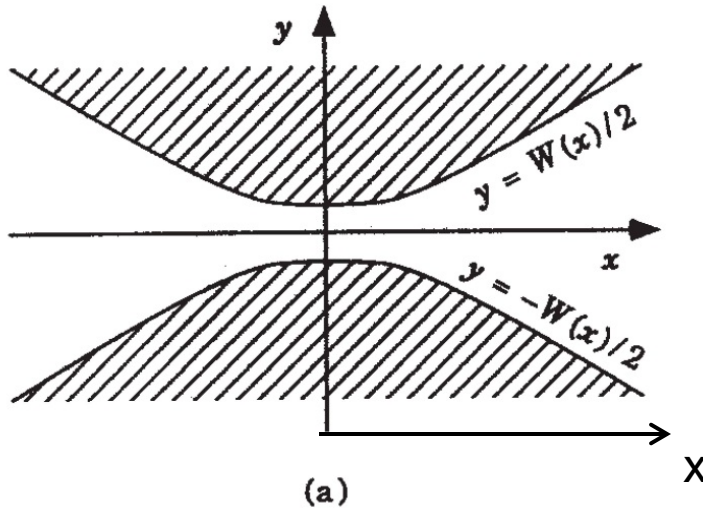


$$T_i = \sum_j T_{ij}$$

$$R_i = \sum_j R_{ij}$$

$$G_i = \frac{2e^2}{h} T_i(\mu)$$

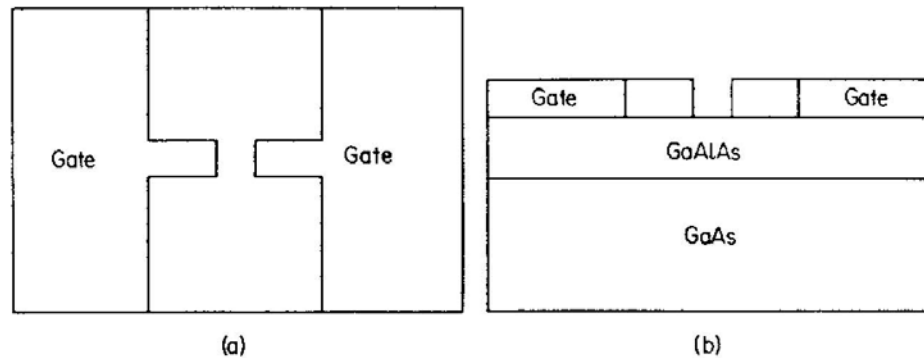
Пример



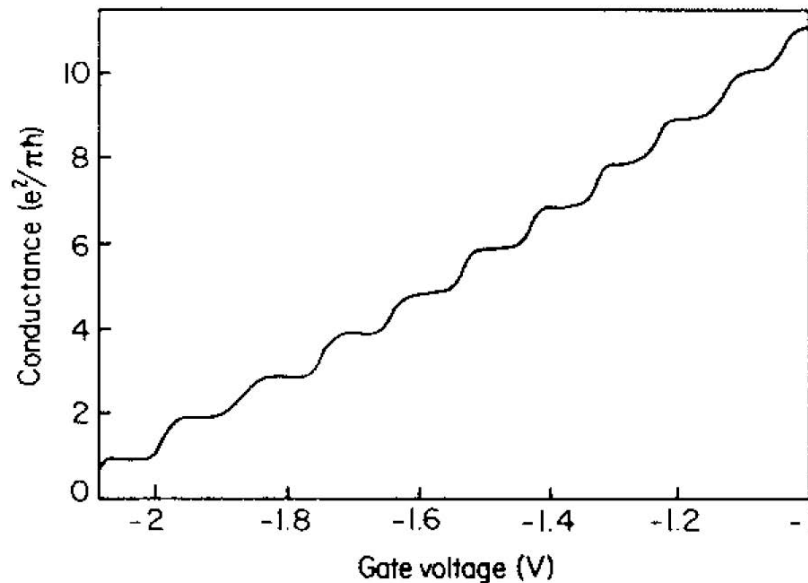
Энергии поперечных мод

Проводимость сужения близка к $2(e^2/h) \times 1$

Квантовый точечный контакт (Quantum Point Contact, QPC)



$$G = \sum_{n=1}^{N_{\max}} \frac{2e^2}{h} \quad N_{\max} = k_F W / \pi$$

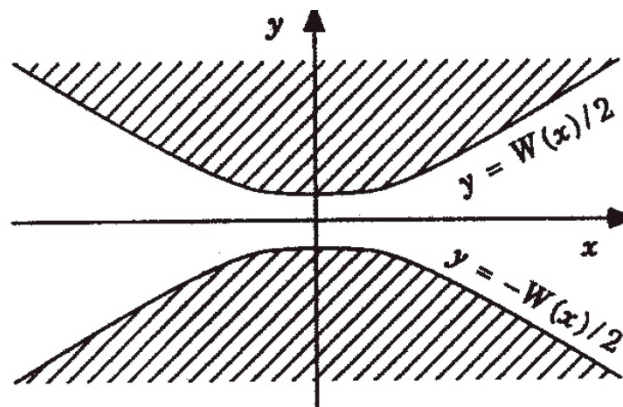


Изменение кондактанса при изменении эффективной ширины канала от 0 до 360нм.
van Wees et al. PRL 60, 848 (1988)

Простая модель QPC

(2DEG) заключен в области $|y| \leq W(x)/2$ в плоскости $x - y$, путем создания бесконечно высокой потенциальной стенки при $y = \pm W(x)/2$. Поместим начало отсчета ($x = 0$) в место наибольшего сужения

собственные состояния этой модельной системы следуют из уравнения Шредингера



$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(x, y) + V(x, y) \Psi = E \Psi(x, y)$$

С гран. условиями

$$\Psi(x, \pm W(x)/2) = 0$$

Решением этого уравнения является многомодовая волновая функция $\Psi_n(x,y)$, отвечающая эффективному потенциалу

$$V_n(x) = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{W(x)} \right)^2$$

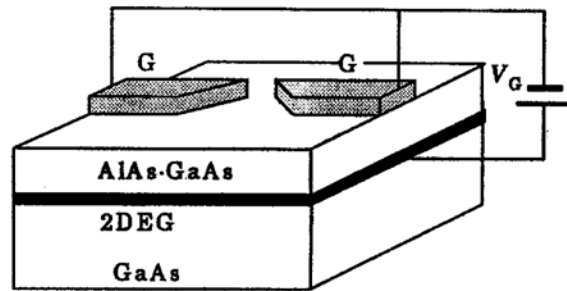
Электроны каждой моды вносят независимый вклад в ток

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} T_n$$

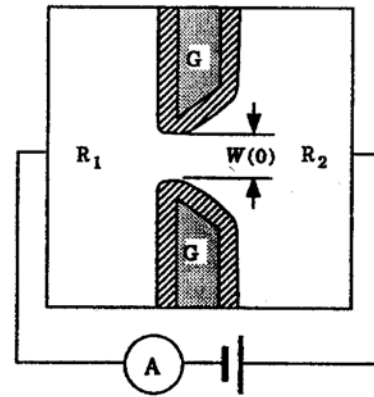
Если потенциал $W(x)$ изменяется медленно, то зависимость $T_n(E)$ -как в классике

$$T_n \approx \begin{cases} 1 & E_F > V_n(0) \\ 0 & E_F < V_n(0) \end{cases}$$

Пример практического устройства с QPC

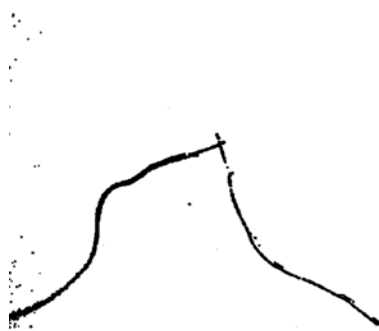


(a)

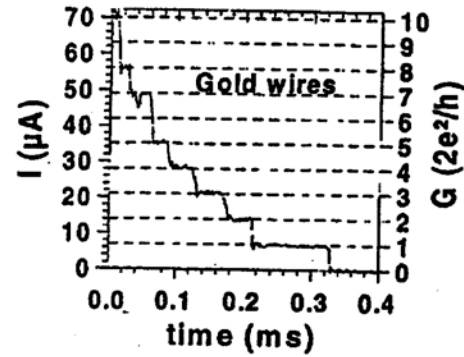


(b)

Школьный эксперимент: качающиеся проволоочки

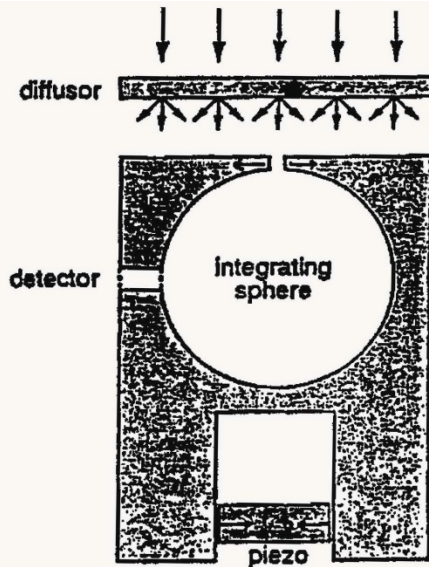


a.

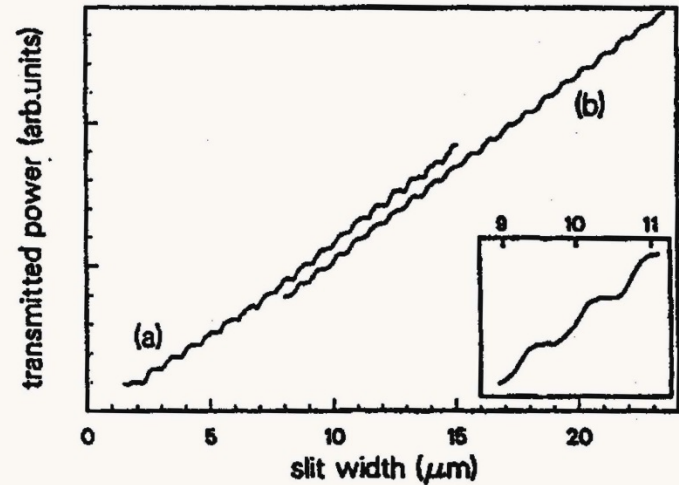


b.

Аналогия в оптике ($\lambda=1.55\mu$)



a



b

**Центр сверхпроводимости и
квантовых материалов им.
В.Л.Гинзбурга
ФИАН**