Глава 20

Микроскопическая теория е-е взаимодействия. Часть 2

Оглавление

20.1 Экранирование

Вначале напомним общие понятия, подходы и введем серию определений. Ранее мы рассматривали экранирование заряда в рамках феноменологической теории Ферми-жидкости. Теперь мы будем использовать микроскопическую теорию.

Предположим, что в электронный газ поместили положительно заряженную частицу и закрепили ее в некоторой точке. Она притягивает к себе электроны, создавая в своей окрестности избыток отрицательного заряда. Этот избыток заряда компенсирует или уменьшает поле внесенной частицы. Введем два электростатических потенциада. Первый ϕ^{ext} создается самой положительно заряженной частицей и определяется уравнением Пуассона

$$-\nabla^2\phi^{\text{ext}}(\mathbf{r}) = 4\pi\rho^{\text{ext}}(\mathbf{r}),, \tag{20.1}$$

где $\rho^{\text{ext}}(\mathbf{r})$ - плотность заряда частицы.

Второй потенциал ϕ - это полный физический потенциал, обусловленный как самой положительно заряженной частицей, так и созданным ею облаком экранирующих электронов. Поэтому он удовлетворяет уравнению

$$-\nabla^2\phi(\mathbf{r}) = 4\pi\rho(\mathbf{r}), \tag{20.2}$$

где $\rho(\mathbf{r})$ - плотность заряда

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho^{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \rho^{\text{ind}}(\mathbf{r}), \tag{20.3}$$

а $\rho^{\text{ind}}(\mathbf{r})$ - плотность заряда, индуцированного в электронном газе благодаря наличию внешней частицы.

Из электродинамики сплошных сред известно, что ϕ и ϕ^{ext} связаны друг с другом

$$\phi^{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}'\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\phi(\mathbf{r}'). \tag{20.4}$$

Потенциал ϕ^{ext} соответствует электрической индукции D (источниками которой являются свободные заряды, внешние по отношению к среде), а потенциал ϕ - электрическому полю E, которое создается полным распределением заряда, включая как свободные, так и связанные заряды, наведенные в среде. Соотношение

$$D(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}'\epsilon(\mathbf{r} - \mathbf{r}')E(\mathbf{r}')$$

для пространственно-однородных полей $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ сводится к знакомому соотношению $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon\mathbf{E}(\mathbf{r})$, где диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon = \int d\mathbf{r}\epsilon(\mathbf{r})$$

.

Если электронный газ пространственно однороден, то ϵ зависит только от расстояния между точками r и r'

$$\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \epsilon(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \tag{20.5}$$

Тогда (20.4) принимает форму

$$\phi^{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}'\epsilon(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\phi(\mathbf{r}'). \tag{20.6}$$

По теореме о свертке из теории фурье разложений

$$\phi^{\mathrm{ext}}(\mathbf{q}) = \epsilon(\mathbf{q})\phi(\mathbf{q}), \tag{20.7}$$

где фурье-образы определяются как

$$\epsilon(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}\epsilon(\mathbf{r}) \tag{20.8}$$

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}\epsilon(\mathbf{q}). \tag{20.9}$$

Величину $\varepsilon(\mathbf{q})$ называют диэлектрической проницаемостью (или точнее, ее фурье-компонентой).

Перепишем (20.7) как

$$\phi(\mathbf{q}) = \frac{1}{\epsilon(\mathbf{q})}\phi^{\mathrm{ext}}(\mathbf{q}) \tag{20.10}$$

Видно, что $\mathbf{q}$-я фурье-компонента полного потенциала, возникающего в электронном газе, равна $\mathbf{q}$-й фурье-компоненте внешнего потенциала, уменьшенной в $\epsilon(\mathbf{q})$ раз. В обычной теории диэлектриков все это тоже встречалось, но там обычно поля однородны и зависимость от $\mathbf{q}$ не имеет значения.

Теперь сфокусируемся на плотности заряда $\rho^{\mathrm{ind}}(\mathbf{r})$, который наводится в электронном газе полным потенциалом $\phi(\mathbf{r})$. Для слабых $\phi(\mathbf{r})$ должна быть линейная связь между $\rho^{\mathrm{ind}}(\mathbf{r})$ и ϕ. Тогда для фурье-компонент

$$\rho^{\mathrm{ind}}(\mathbf{q}) = \chi(\mathbf{q})\phi(\mathbf{q}). \tag{20.11}$$

$\chi(\mathbf{q})$ - это вспомогательная функция обозначающая пропорциональность, а физ. смысл имеет $\epsilon(\mathbf{q})$. Выразим $\epsilon(\mathbf{q})$ через $\chi(\mathbf{q})$. Фурье-преобразование уравнений Пуассона (20.1) и (20.2) дает

$$\begin{aligned} q^2\phi^{\mathrm{ext}}(\mathbf{q}) &= 4\pi\rho^{\mathrm{ext}}(\mathbf{q}), \\ q^2\phi(\mathbf{q}) &= 4\pi\rho(\mathbf{q}) \end{aligned} \tag{20.12}$$

С учетом (20.3) и (20.11) получаем

$$\frac{q^2}{4\pi}\left(\phi(\mathbf{q}) - \phi^{\text{ext}}(\mathbf{q})\right) = \chi(\mathbf{q})\,\phi(\mathbf{q}) \tag{20.13}$$

или

$$\phi(\mathbf{q}) = \frac{\phi^{\text{ext}}(\mathbf{q})}{\left(1 - \frac{4\pi}{q^2}\chi(\mathbf{q})\right)} \tag{20.14}$$

Сравнивая это с (20.10) приходим к нашей цели:

$$\epsilon(\mathbf{q}) = 1 - \frac{4\pi}{q^2}\chi(\mathbf{q}) = 1 - \frac{4\pi}{q^2}\frac{\rho^{\text{ind}}(\mathbf{q})}{\phi(\mathbf{q})} \tag{20.15}$$

Оглянемся назад и осмыслим сделанное. До сих пор мы делали серию определений и все формулы были точными. Единственное допущение мы сделали о малости внесенного внешнего заряда, чтобы ограничиться линейным откликом. Но вот далее нужно вычислять χ. Для этого используются два основных метода упрощающих вычисления в теории Хартри. Первый метод - Томаса-Ферми - является квазиклассическим пределом теории Хартри. Второй - метод Линдхарда (или приближение случайных фаз, RPA).

Преимущество метода Томаса-Ферми в том, что он применим даже в отсутствие линейной связи между ρ^{ind} и ϕ. Недостаток метода в том, что он дает правдоподобные результаты только для очень плавно меняющегося внешнего потенциала. Окончательное выражение, получаемое по методу Томаса-Ферми можно линеаризовать и при очень малых q оно совпадает с результатом Линдхарда. Однако когда значения q не малы, Томас-Ферми оказывается менее точным.

20.2 Теория экранирования. Томас-Ферми. Линдхард

В рамках теории Ферми-жидкости, в Лекции 19-4 мы уже рассматривали экранирование кулоновского потенциала. Здесь же, вначале на полукачественном уровне повторим прежние результаты и продвинемся до экранирования Линдхарда и применим его для нахождения энергии Хартри-Фока с учетом экранирования. Далее, этот материал будет рассмотрен более детально на языке вторичного квантования.

В Лекции 19-4, с помощью уравнения Пуассона мы рассматривали полный потенциал, являющийся сумой внешнего потенциала и потенциала заряженного облака вокруг внесенного заряда.

В рамках модели Томаса-Ферми, в линейном приближении, при адиабатическом изменении V мы записывали одноэлектронное ур-е Шредингера в присутствии внешнего потенциала $\phi = \phi^{\text{ext}} + \phi^{\text{ind}}$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi_i(\mathbf{r}) - e\phi(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_i\psi_i(\mathbf{r}) \tag{20.16}$$

Фактически мы требовали $q \ll k_F$. Затем мы воспользовались одноэлектронными волновыми функциями и построили электронную плотность и упростили процедуру предположив, что полный потенциал $\phi(\mathbf{r})$ очень плавно зависит от $\mathbf{r}$. Это означает, что мы предположили, что энергия в каждой точке $\mathbf{r}$ может быть задана соотношением (20.17) и меняется только в силу изменения полного локального потенциала

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - e\phi(\mathbf{r}) \tag{20.17}$$

Это выражение имеет смысл только для волновых пакетов. Их типичная ширина в координатном пространстве составляет порядка $1/k_F$. Поэтому необходимо потребовать чтобы потенциал $\phi(\mathbf{r})$ изменялся плавно на расстояниях порядка фермиевской длины волны. Для фурье-компонент это требование означает доверять только малым $q \ll k_F$.

Далее, как мы уже делали, с использованием распределения Ферми при некоторой температуре нужно вычислить плотность числа электронов $n(\mathbf{r})$ при заданной зависимости их энергии $\mathcal{E}(\mathbf{r})$.

$$n(\mathbf{r}) = \int \frac{dk}{4\pi^3} \frac{1}{\exp[1/k_B T((\hbar^2 k^2/2m) - e\phi(\mathbf{r}) - \mu)] + 1} \tag{20.18}$$

Индуцированная плотность *заряда* равна

$$-en(\mathbf{r}) + en_0,$$

где второе слагаемое - плотность зарядов однородного положительного фона. Ясно, что n_0 равна плотности электронов когда потенциал ϕ^{ext} равен нулю.

$$n_0(\mu) = \int \frac{dk}{4\pi^3} \frac{1}{\exp[1/k_B T((\hbar^2 k^2/2m) - \mu)] + 1} \tag{20.19}$$

Используя вышеприведенные $n(\mathbf{r})$ и $n_0(\mu)$ запишем

$$\rho^{\text{ind}}(\mathbf{r}) = -e[n_0(\mu + e\phi(\mathbf{r})) - n_0(\mu)]. \tag{20.20}$$

Это основное уравнение теории Томаса-Ферми.

Теперь предположим, что потенциал ϕ мал, и разложим (20.20) по ϕ оставляя только члены первого порядка

$$\rho^{\text{ind}}(\mathbf{r}) = -e^2 \frac{\partial n_0}{\partial \mu} \phi(\mathbf{r}). \tag{20.21}$$

Сравнение (20.21) и (20.11) показывает, что величина $\chi(\mathbf{q})$ оказывается постоянной и не зависит от $\mathbf{q}$:

$$\chi(q) = -e^2 \frac{\partial n_0}{\partial \mu} \tag{20.22}$$

Подстановка этого значения в (20.15) дает диэлектрическую проницаемость Томаса-Ферми.

$$\epsilon(\mathbf{q}) = 1 + \frac{4\pi e^2}{q^2} \frac{\partial n_0}{\partial \mu}. \tag{20.23}$$

Волновой вектор Томаса-Ферми k_{TF} определяется как

$$k_{\mathrm{TF}}^2 = 4\pi e^2 \frac{\partial n_0}{\partial \mu}, \tag{20.24}$$

где n_0 - равновесное распределение электронов.

С этим определением

$$\epsilon(\mathbf{q}) = 1 + \frac{k_{\mathrm{TF}}^2}{q^2}. \tag{20.25}$$

Обсудим смысл k_{TF}.

Рассмотрим случай когда внешний потенциал создается точечным зарядом Q.

$$\phi^{\mathrm{ext}}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{r}, \qquad \phi^{\mathrm{ext}}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi Q}{q^2}. \tag{20.26}$$

Полный потенциал системы (3D металла) тогда равен

$$\phi(\mathbf{q}) = \frac{1}{\epsilon(\mathbf{q})} \phi^{\mathrm{ext}}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi Q}{q^2 + k_{\mathrm{TF}}^2}. \tag{20.27}$$

Выполняя обратное разложение Фурье получаем (Задача 3)

$$\phi(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi Q}{q^2 + k_{\mathrm{TF}}^2} = \frac{Q}{r} e^{-k_{\mathrm{TF}} r}. \tag{20.28}$$

Видно, что в результате экранирования потенциал точечного заряда экспоненциально спадает с расстоянием на длинах больше $1/k_{\rm TF}$. Этот экранированный потенциал называют экранированным потенциалом Юкавы (по аналогии с теорией мезонов).

————————- **Просуммируем проделанное выше:**
Мы определили соотношение между фурье-компонентами полного потенциала и внешнего потенциала

$$\phi = \frac{1}{\epsilon(\mathbf{q})}\phi^{\rm ext}(\mathbf{q})$$

Отсюда также было получено определение и пара основных соотношений

$$\epsilon(\mathbf{q}) = 1 - \frac{4\pi}{q^2}\frac{\rho^{\rm ind}(\mathbf{q})}{\phi(\mathbf{q})}$$

$$\epsilon(q) = 1 + \frac{k_{TF}^2}{q^2},$$

с

$$k_{TF}^2 = 4\pi e^2 \frac{\partial n_0}{\partial \mu},$$

где n_0 - равновесное распределение электронов. Полезно знать, что для газа свободных электронов

$$k_{TF} = 0.815 k_F \left(r_s^*\right)^{1/2} = \frac{2.95}{(r_s^*)^{1/2}} \text{Å}^{-1} \tag{20.29}$$

Для металлических плотностей электронов $r_s^* = 1.8 \div 5.6$, поэтому зарядовое возмущение эффективно экранируется на расстояниях порядка межатомных. Далее мы увидим, что пространственная картина экранирования потенциала заряда является более сложной.

20.2.1 Теория экранирования Линдхарда

Теперь перенесемся на 20 лет вперед, из 1930х в конец 1950х. Откажемся от полуклассического приближения, т.е. не будем требовать медленности изменение ϕ. Но по-прежнему рассматриваем изменение индуцированной плотности в линейном порядке по полному потенциалу. Действуя так, решаем ур-е (20.16) в линейном порядке по теории возмущений. Находим в линейном порядке волновые функции, затем находим (мы уже проделывали это в ф-ле (20.30) из части 20-1) линейную часть изменения электронной плотности заряда.

Повторим еще раз. Определение $\rho(\mathbf{r})$:

$$\rho(\mathbf{r}) = -e\sum_i |\psi_i(\mathbf{r})|^2, \tag{20.30}$$

Напомним, что по пути в (20.11) мы вводили линейную связь между фурье-компонентой индуцированной плотности заряда и потенциалом

$$\rho^{\text{ind}}(\mathbf{q}) = \chi(\mathbf{q})\phi(\mathbf{q}) \tag{20.31}$$

и имели

$$\chi(\mathbf{q}) = -e^2\frac{\partial n_0}{\partial \mu} \qquad \text{(не зависит от } \mathbf{q}) \tag{20.32}$$

Вместо формулы (20.32) (как было в линеаризованной теории Томаса-Ферми), теперь имеем более общее выражение **(Задача 5: Вывести это соотношение (20.33))**

$$\chi(\mathbf{q}) = -e^2\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3}\frac{f_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2} - f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2}}{\hbar^2\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}/m}, \tag{20.33}$$

где $f_{\mathbf{k}}$ - есть равновесная фермиевская функция распределения электронов с энергией $\hbar^2 k^2/2m$.

$$f_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\exp[1/k_B T(\hbar^2 k^2/2m - \mu)] + 1}$$

Заметим, что когда $q \ll k_F$, то числитель под интегралом можно разложить вокруг $q = 0$:

$$f_{\mathbf{k}\pm\mathbf{q}/2} = f_{\mathbf{k}} \pm \frac{\hbar^2}{2}\frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}}{m}\frac{\partial}{\partial\mu}f_{\mathbf{k}} + \mathcal{O}(q^2) \qquad (20.34)$$

Если ограничится в этом разложении линейным по $\mathbf{q}$ слагаемым, то получится результат Томаса-Ферми (20.32). Т.о. для плавно меняющихся возмущений ($q \to 0$) теория Линхарда переходят в теорию Томаса-Ферми.

Однако, когда $q \sim k_F$, то выражение для диэлектриеской проницаемости становится горадо более сложным. Все же при $T = 0$ интегралы в (20.33) допускают аналитическое решение:

$$\chi(\mathbf{q}) = -e^2\left(\frac{mk_F}{\hbar^2\pi^2}\right)\left[\frac{1}{2} + \frac{1-x^2}{4x}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|\right], \qquad (20.35)$$

где $x = q/2k_F$. Величина в квадратных скобах есть Линдхардовская поправка к результату Томаса-Ферми. Как и положено, она обращается в 1 при $x = q/2k_F = 0$, обеспечивая преемственность теории Линдхарда. Кстати, она совпадает с функцией $F(x)$ для энергии в теории Хартри для свободных электронов.

Важно отметить, что при $q = 2k_F$ диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 1 - 4\pi\chi/q^2$ оказывается неаналитической. Вследствие этого в экранированный потенциал ϕ точечного заряда на больших расстояниях входит член, который при $T = 0$ имеет вид

$$\phi(r) \propto \frac{1}{r^2}\cos 2k_F r. \qquad (20.36)$$

Т.о., на больших расстояниях экранированный потенциал имеет более сложный вид, по сравнению с монотонным потенциалом Юкавы в теории Томаса-Ферми. В нем появляется медленно спадающий осциллирующий член. Эта и есть осцилляции Фриделя. В дальнейшем мы также увидим, что эта неаналитичность в экранировании является причиной температурной зависимости проводимости (рассеяние на точечных заряженных примесях).
———————————————————————

20.2.2 Обобщение теории Линдхарда на случай $\omega \neq 0$

Вместо (20.33) и (20.35) в литературе часто используется другая полезная формулировка экранирования Линдхарда, которая, конечно, эквивалентна им:

$$\epsilon(\mathbf{q},\omega) = 1 - \phi_q \sum_k \frac{f_{k-q} - f_k}{\hbar(\omega + i\delta) + \mathcal{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \mathcal{E}_{\mathbf{k}}} \tag{20.37}$$

где в знаменателе

$$\mathcal{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \mathcal{E}_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2}{2m}(k^2 - 2\mathbf{k}\cdot\mathbf{q} + q^2) - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \approx -\frac{\hbar^2 \mathbf{k}\cdot\mathbf{q}}{m} + \mathcal{O}(q^2), \tag{20.38}$$

а в числителе

$$f_{k-q} - f_k \approx -\mathbf{q}\cdot\nabla_{\mathbf{k}} f_k \tag{20.39}$$

После несложных преобразований (Задача 6) получаем

$$\epsilon(0,\omega) \approx 1 - \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{\omega^2}, \tag{20.40}$$

где было использовано $\mathcal{E}_k = \hbar\omega_k$, $\phi_q = 4\pi e^2/\epsilon_0 q^2$ - фурье-образ кулоновского потенциала, и $\omega_{\text{pl}} = 4\pi e^2 N/\epsilon_0 m$.

Take-home message

Волновой вектор экранирования для 3D случая в теории Томаса-Ферми

$$k_{\mathrm{TF}} = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{\epsilon_0}\frac{\partial N}{\partial \mu}} = \sqrt{\frac{6\pi e^2 n}{\epsilon_0 \mathcal{E}_F}}, \tag{20.41}$$

так как $\partial n/\partial \mu = \frac{3N}{2\mathcal{E}_F}$ и $\mathcal{E}_F = \mu$ при $T = 0$. Здесь ϵ_0- статическая диэлектрическая проницаемость среды.

Если 3D система невырождена, то волновой вектор экранирования дается формулой Дебая-Хюккеля

$$q_{\mathrm{DH}} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N}{k_B T \epsilon_0}}$$

Экранирование в 2D системе

В длинноволновом пределе $(q \to 0)$ числитель и знаменатель формулы Линдхарда (20.37) и (20.38) остаются теми же. Выражение для $\epsilon(0,\omega)$ также сохраняется (20.25)

$$\epsilon(0,\omega) = 1 - \frac{\omega_{\mathrm{pl}}^2(q)}{\omega^2}, \tag{20.42}$$

где теперь $\omega_{\mathrm{pl}}^2(q) = 2\pi e^2 nq/\epsilon m$.

Статический предел Рассмотрим статический предел $(\omega + i\delta \to 0)$.

Задача 8: Найти статический предел из формулы Линдхарда для 2D случая. Показать, что волновой вектор экранирования есть (20.43)

$$q^{(2\mathrm{D})_s} = \frac{2\pi e^2}{\epsilon_0}\frac{\partial n}{\partial \mu} = \frac{2\pi e^2}{\epsilon_0}\frac{m}{\hbar^2 \pi} \times \left(1 - e^{-\hbar^2 \pi n/m k_B T}\right) = \frac{2me^2}{\hbar^2 \epsilon_0} f_{k=0}. \tag{20.43}$$

Обратите внимание, что это результат не зависит от N!

Что дальше:

20.3 Техника вторичного квантования.Представление Дирака

20.3.1 Электроны и дырки

20.3.2 Операторы поля частиц

20.3.3 Формулировка теории Хартри-Фока в технике вторичного квантования

20.3.4 Парная корреляционная функция и эффективная масса квазичастиц в приближении Хартри-Фока

20.3.5 Диэлектрическая проницаемость в приближении хаотических фаз (RPA)

20.4 Отклик Ферми-систем на однородное электрическое поле

20.4.1 Формула Кубо –Гринвуда

20.4.2 Вычисление диэлектрической проницаемости двумерного электронного газа в RPA

20.4.3 Рассеяние двумерных электронов на кулоновских центрах при T=0

20.4.4 Температурная зависимость времени упругой релаксации в 2D электронных системах

20.5 Задачи к L20-2

Задача 3.
Исходя из интегрального представления δ- функции

$$\delta(\mathbf{r}) = \int \frac{dk}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \tag{20.44}$$

а также из того, что кулоновский потенциал $\phi(r) = -1/r$ удовлетворяет уравнению Пуассона

$$-\nabla^2\phi(\mathbf{r}) = -4\pi e\delta(\mathbf{r})$$

доказать что:
(a) парный потенциал e-e взаимодействия $V(r) = -e\phi(r) = e^2/r$ можно выразить в виде

$$V(\mathbf{r}) = \int \frac{dk}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})V(\mathbf{k})}, \tag{20.45}$$

где фурье-образ $V(\mathbf{k})$ дается выражением

$$V(\mathbf{k}) = \frac{4\pi e^2}{k^2}$$

(b) фурье-образ экранированного кулоновского взаимодействия $V_s(\mathbf{r}) = (e^2/r)e^{-k_0 r}$ есть

$$V_s(\mathbf{k}) = \frac{4\pi e^2}{k^2 + k_{\mathrm{TF}}^2}. \tag{20.46}$$

(c)Исходя из выражения (20.46) показать, что $V_s(r)$ удовлетворяет уравнению

$$(-\nabla^2 + k_{\mathrm{TF}}^2)V_s(r) = 4\pi e^2\delta(r). \tag{20.47}$$

Задача 5: Вывести соотношение (20.33)

Задача 6:

Взяв предел $q \to 0$ в формуле Линдхарда получить связь между $\epsilon(0, \omega)$ и плазменной частотой.

Задача 7:

Рассмотреть статический предел $(\omega + i\delta \to 0)$ и вывести формулу (20.25) из формулы Линдхарда (20.37)

Задача 8:

Найти статический предел из формулы Линдхарда для 2D случая. Показать, что волновой вектор экранирования есть (20.43)

Литература

[1]

[2] Д. Пайнс, *Элементарные возбуждения в твердых телах*, М., Мира, 1965. [D. Pines,*Elementary Excitations in Solids*, N.Y. 1963]

[3] D. R. Hartree, Proc. Cambr. Phil. Soc. **24**, 89 (1928).

[4] V. A. Fock, Zs. Phys. **61**, 126 (1930.)

[5] Ф. Зейц (F. Seitz), *Современная теория твердого тела*, М. -Л. (1949).

[6] А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, М. ,

[7] G. D. Mahan, *Many particle physics*, Kluwer/Plenum 3rd edition (2000). ISBN 0-306-46338-5 (2004).

[8] Ч. Киттель, *Квантовая теория твердых тел*, М., Наука, 1967

[9] R. Kubo, Canad. J Phys. **34** 1274 (1956).

[10] R. Kubo, J Phys. Soc. Japan **12** 570 (1957).