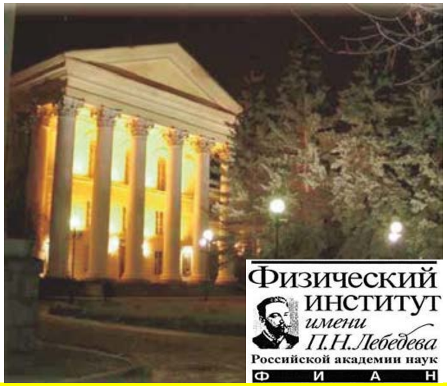



ОП
Физика сверхпроводимости и квантовых материалов
На кафедре «Физика и технология наноструктур»

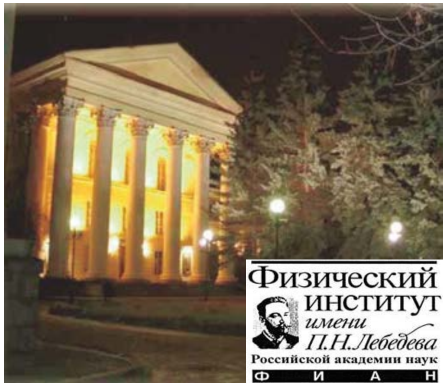
Руководитель: В.М. Пудалов,
(pudalov@lebedev.ru), **7(499)132-6780**

База:

- ✓ Центр высокотемпературной сверхпроводимости и квантовых материалов им. В.Л. Гинзбурга («**Центр Гинзбурга»)**

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

https://gc.lebedev.ru/



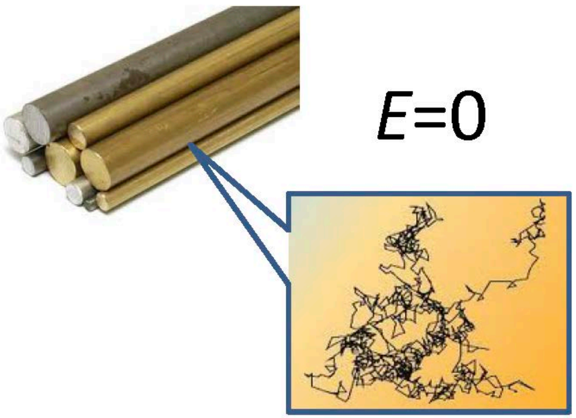

Лекция:

«Баллистическое распространение электронов по квантовым проводам»

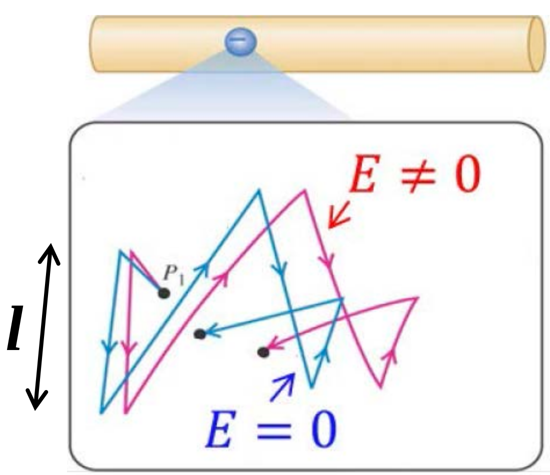
В.М. Пудалов

Диффузионный и баллистический транспорт

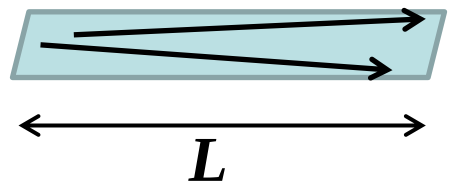
Диффузионное движение: $l << L$



E=0



Баллистическое движение: $l > L$



Оценим l для Cu:

σ(T=300K) =6·10^5/Ω·см и n≈10^{23}см$^{-3}$

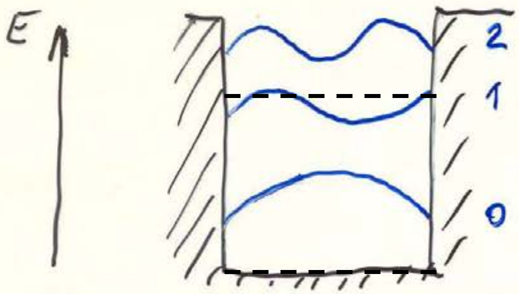
τ =10^{-14}с и l = 1нм

- Чистые образцы,
- Микро- и наноструктуры,
- Низкие температуры

2.3. Квантование энергии

skip

A) Прямоугольная потенциальная яма



$\delta p \delta x = \hbar$

$\delta p = p$ (1/2 периода)

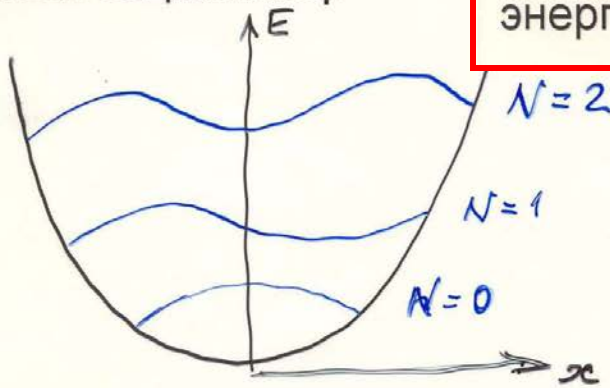
$p = \hbar / x$

$E = \hbar^2/(2mx^2)$ N=0

$$\boxed{E = \hbar^2 (N+1)^2/(2mx^2)}$$

Важно: у квантовой системы может быть быть несколько состояний ! Состояние с наинизшей энергией - основное

B) Линейный осциллятор



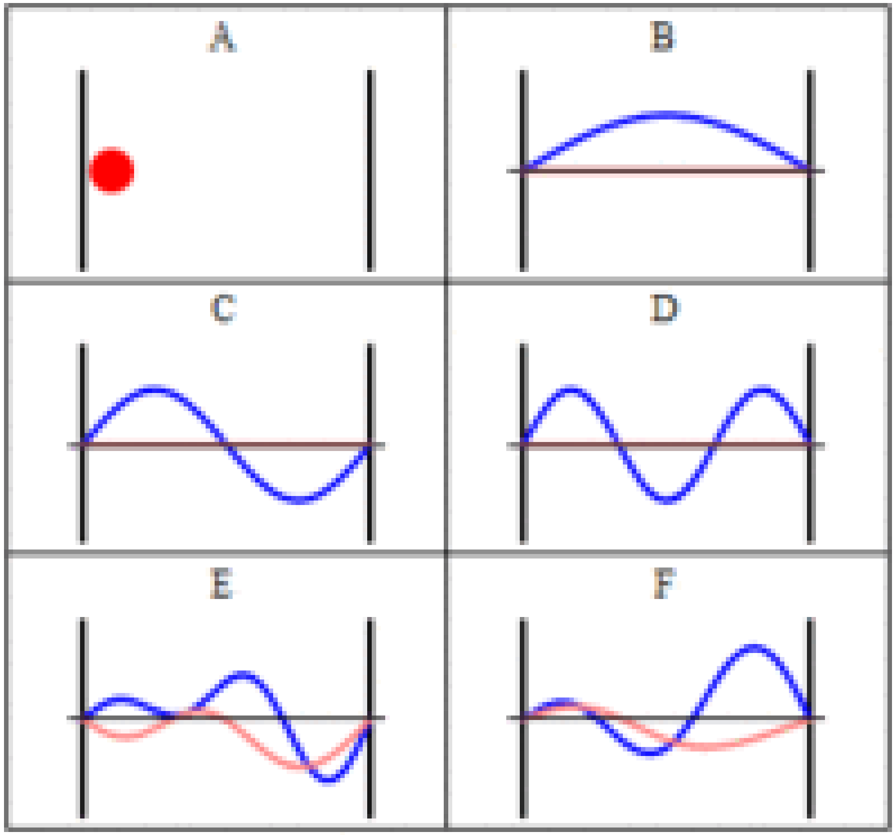
$$E_{pot} = \frac{m\omega^2 x^x}{2}$$

x^2

ω - собственная частота колебаний (в классической механике)

$$\boxed{E_N = (N+1/2)\hbar\omega}$$

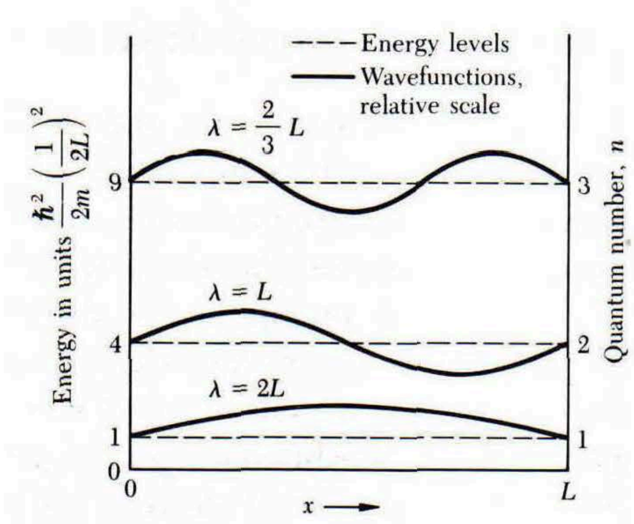
Прямоугольная потенциальная яма в классической и квантовой механике

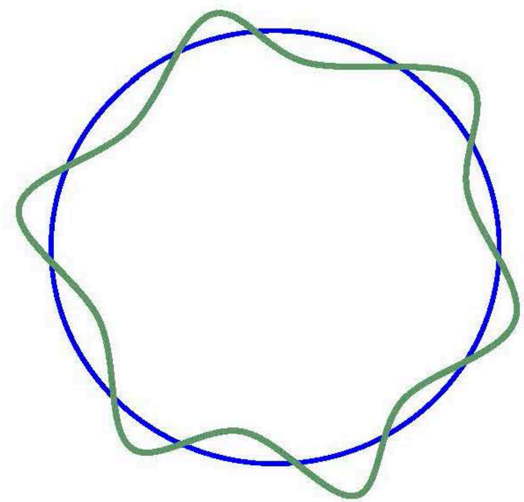


Решение – плоская волна $\Psi(x)=A\sin(kx) - B\sin(kx)$

Гран. условия “ящика”

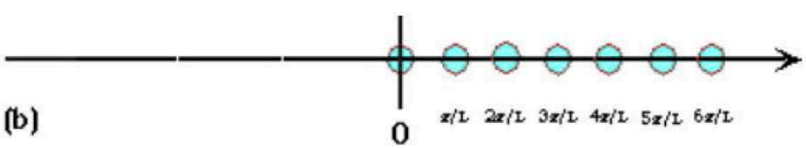
Периодические гран. условия

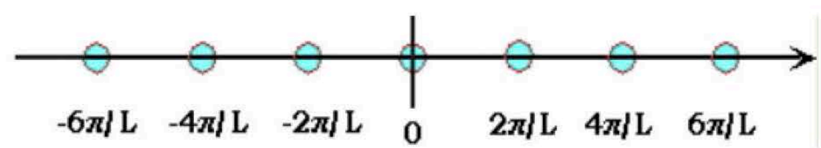




$k = \pi/L, 2\pi/L, 3\pi/L\ldots$

$k = \pm 2\pi/L, \pm 4\pi/L, \pm 6\pi/L\ldots$





Подсчет числа состояний в 1D-Ферми газе

$$\psi(0) = \psi(L)$$

$$\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=L}$$

$$\sin(kL) = \sin(k0) = 0$$

$$k_n = \frac{2\pi n}{L},$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

$N_{1D}(k)\delta k$ – число состояний в интервале от k до $k+\delta k$

$$N_{1D}(k)\delta k \equiv \left(\frac{dN}{dk}\right)\delta k = 2\frac{L}{2\pi}\delta k = \frac{L}{\pi}\delta k,$$

2 – спиновое вырождение

$$\boxed{N(k)_d = \frac{g_s}{(2\pi)^d}}$$

Плотность состояний по импульсу на 1 объема
d - размерность пространства

Плотность состояний по энергии (1D)

2 значения $\pm k$?
Поэтому удваиваем для сведения к одной (+) полуоси

$$n_{1D}(E)\delta E = n_{1D}(E)\frac{dE}{dk}\delta k = 2n_{1D}(k)\delta k$$

$$n_{1D}(E) = \left(\frac{2}{\pi}\right)\frac{1}{d\varepsilon/dk}.$$

Для свободного газа

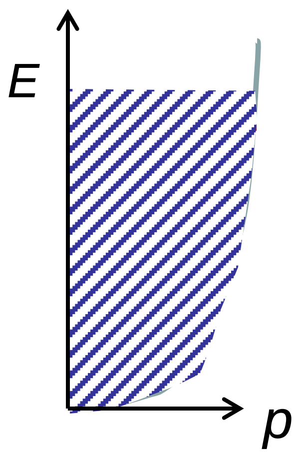
$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

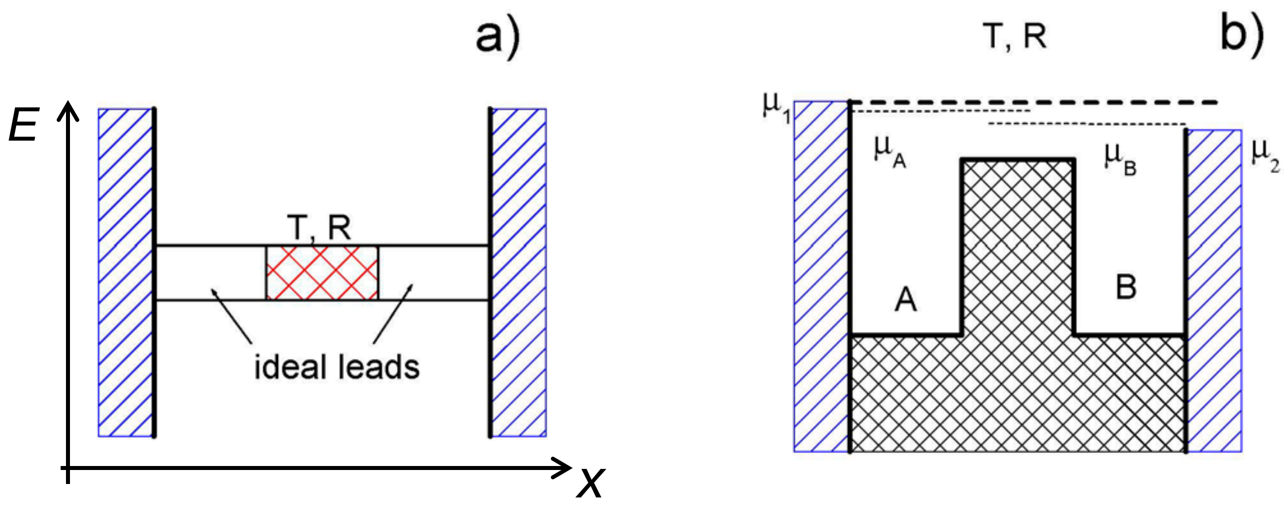
$$v = d\omega / dk = \frac{1}{\hbar}\left(\frac{d\varepsilon}{dk}\right)$$

$$\boxed{n_{1D}(E) = \frac{1}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{2m}{E}}.} \quad \equiv \quad \boxed{n_{1D}(E) = \frac{2}{\pi\hbar v(E)}.}$$

Баллистический транспорт заряда

Теоретические идеи: Landauer (1957)
Экспериментальное открытие: B. J. van Wees, H. Van Houton, C. W. Beenakker et al. (1988); D. Wharam, et al. (1988).





Резервуары **L** и **R** поглощают все входящие в них электроны, а также испускают в подводящие провода электроны с энергией $< \mu_1, \mu_2$.

T,R - коэффициенты прохождения и отражения, соответственно, ***T*+*R*=1**;

v - групповая скорость электронов в идеальных подводах и

$\boldsymbol{dn_{\rightarrow}/dE = 1/(\pi\hbar v)}$ - плотность состояний для электронов движущихся → в 1D системе.

Полный ток текущий через систему

$$\boxed{I = ev\frac{dn_{\rightarrow}}{dE}T(\mu_1-\mu_2) = \frac{e}{\pi\hbar}T(\mu_1-\mu_2)}$$

скорость чудесным образом сократилась !

Падение напряжения между контактами 1 и 2 равно $V_{21} = (\mu_1 - \mu_2)/e$.

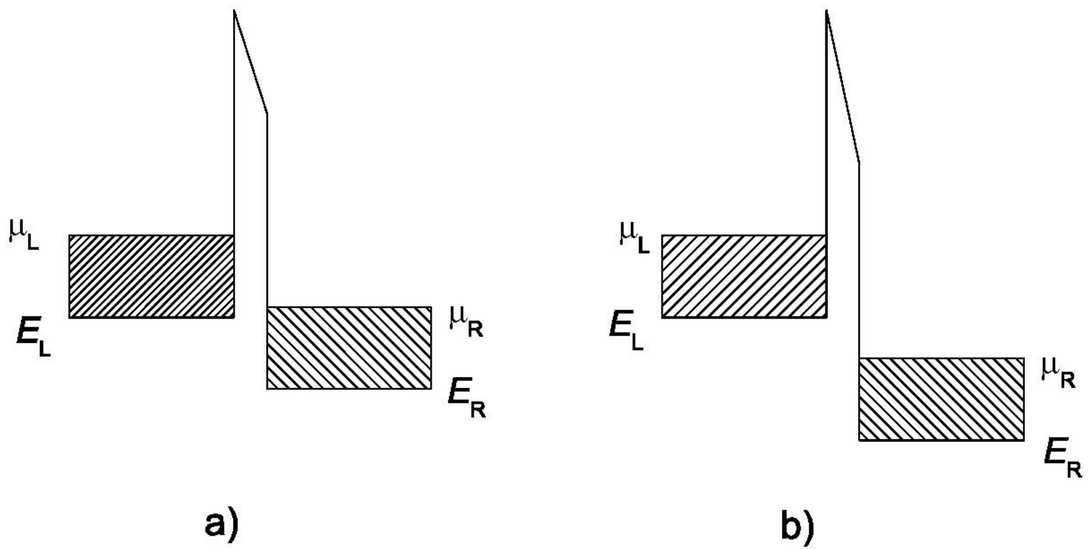
Двух-зажимная проводимость между точками 1 и 2

$$\boxed{G = \frac{I}{V_{21}} \approx \frac{e^2}{\pi\hbar}T}$$

Более точный анализ, с учетом подводящих проводов:

$$\boxed{G = \frac{I}{V_{21}} = \frac{e^2}{\pi\hbar}\frac{T}{(1-T)}}$$

Формула Ландауэра (LANDAUER, 1957)



Барьер, разделяющий два Ферми-моря электронов, с положительным напряжением приложенным к правой стороне.
(a) случай малого приложенного напряжения,
(b) большое приложенное напряжение; электроны с правой стороны не вносят вклада в полный ток.

Повторим вывод более подробно

Рассмотрим электроны, которые налетают на барьер с левой стороны и затем добавим электроны налетающие на барьер с правой стороны.
Ток вследствие электронов прилетающих слева $I_L = n\, q\, v$

$$I_{\rm L} = 2e \int_0^\infty f[\varepsilon(k), \mu_{\rm L}] v(k) T(k) \frac{dk}{2\pi}$$

Фазовый объем

Заменим интегрирование по k интегрированием по энергии:

$$dk = \frac{dk}{dE} dE = \frac{1}{\hbar v} dE$$

1D плотность состояний

Подставим это в выражение для тока и обозначим дно зоны в левом и правом подводах E_L и E_R:

$$I_L = 2e \int_{E_L}^\infty f(E, \mu_L) v T(E) \frac{dE}{2\pi\hbar v} = \frac{2e}{h} \int_{E_L}^\infty f(E, \mu_L) T(E) dE.$$

Можно было бы ожидать, что состояния с большей энергией имеют большую скорость и поэтому будут вносить больший ток. Однако, скорость снова удивительным образом точно сокращается в этом выражении !

Ток от электронов движущихся справа налево

$$I_R = -\frac{2e}{h}\int_{E_R}^{\infty} f(E,\mu_R)T(E)dE.$$

Коэффициент прохождения *T(E)* одинаков (зеркальная симметрия и симметрия обращения времени). Складывая два выражения получим полный ток:

$$I = I_L + I_R = \frac{2e}{h}\int_{E_L}^{\infty}[f(E,\mu_L) - f(E,\mu_R)]T(E)dE.$$

Ток не пропорционален напряжению и, в общем случае, **закон Ома не выполняется !**

4 важных случая

(1) Приложено большое напряжение [$V = (\mu_L - \mu_R)/e > \mu_L - E_L$], все состояния для электронов справа - ниже дна зоны электронов с левой стороны и потому не дают вклад в ток. В этом случае функция заполнения $f(E,\mu_R)$ может быть опущена. Т.о., электроны с правой стороны не играют никакой роли вообще

(2) При низкой температуре $\boldsymbol{T \ll T_F}$ Ферми-функция распределения может быть заменена ступенчатой функцией. Только электроны с энергией в интервале от $\boldsymbol{E_L}$ до $\boldsymbol{E_R}$ вносят вклад в ток. В этом случае результат упрощается

$$I = \frac{2e}{h} \int_{\mu_R}^{\mu_L} T(E) dE$$

(3) Если напряжение смещения мало (по сравнению с $\boldsymbol{\mu/e}$), то разность Ферми- функций распределения может быть разложена в наинизшем приближении. Положим $\boldsymbol{\mu_L = \mu + (1/2)eV}$ и $\boldsymbol{\mu_R = \mu - (1/2)eV}$, где $\boldsymbol{\mu}$ **-** положение уровня Ферми в равновесии. Тогда

$$\boxed{f(E,\mu_L) - f(E,\mu_R) \approx eV \frac{df(E,\mu)}{d\mu} = -eV \frac{df(E,\mu)}{dE}}$$

$$I = \frac{2e^2V}{h}\int_{E_L}^{\infty}(\frac{-df}{dE})T(E)dE$$

Получили результат в **Омическом режиме, когда ток пропорционален приложенному напряжению**. В этом режиме проводимость $G = I/V$ дается выражением

$$G = \frac{2e^2}{h}\int_{E_L}^{\infty}(-\frac{df}{dE})T(E)dE$$

(4) При $\boldsymbol{T \ll T_F}$, когда функция распределения является намного более резкой чем любые особенности в $\boldsymbol{T(E)}$, можно заменить $\boldsymbol{-df/dE = \delta(E - \mu)}$ в проводимости. Тогда интеграл сводится к локальному значению при $\boldsymbol{E = \mu}$
и мы получаем замечательно простой результат:

$$\boxed{G = \frac{2e^2}{h}T(\mu)}$$

Многоканальный случай

Пусть система имеет дискретные уровни энергии E_i и, соответственно имеет $N_\perp$ проводящих каналов на уровне Ферми E_F. Каждый канал характеризуется своим продольным волновым вектором k_i,

Чему равно $N_\perp$?

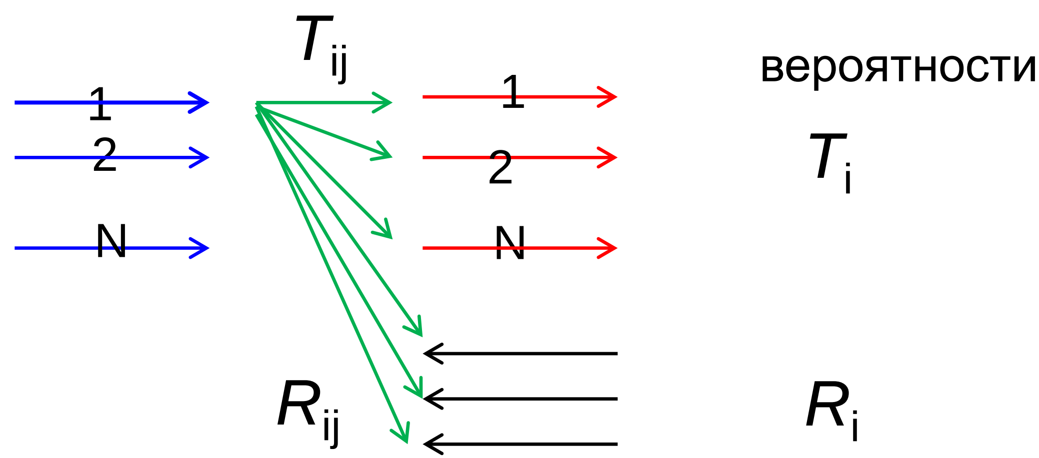
Возьмем 1D канал шириной $W = \lambda_F/2$. В нем только один уровень размерного квантования, двукратно вырожденный по спину $N_\perp = 2W/(\lambda_F/2) = 2$. Если канал в 2 раза шире, $W = \lambda_F$, то в нем поместятся два уровня размерного квантования, с
$\lambda_F/2 = W$ и $\lambda_F = W$. Т.о., в 1D-канале число уровней $N_\perp = 2 \times 2W/\lambda_F$ (коэффициент 2 – вследствие спинового вырождения).

В терминах волновых чисел
$N_\perp^{(1D)} = 2Wk_F/\pi$ $\quad W$ - ширина
$N_\perp^{(2D)} = Ak_F^2/\pi^2$ $\quad A$ – площадь сечения

Рассеяние в многоканальной системе

Все подводящие каналы -
(1): с левой стороны, идущие направо, и
(2) с правой стороны, идущие налево -
подпитываются электронами из соответствующих резервуаров с хим. потенциалами $\boldsymbol{\mu_1}$, $\boldsymbol{\mu_2}$, соответственно.

Многоканальная система **S**

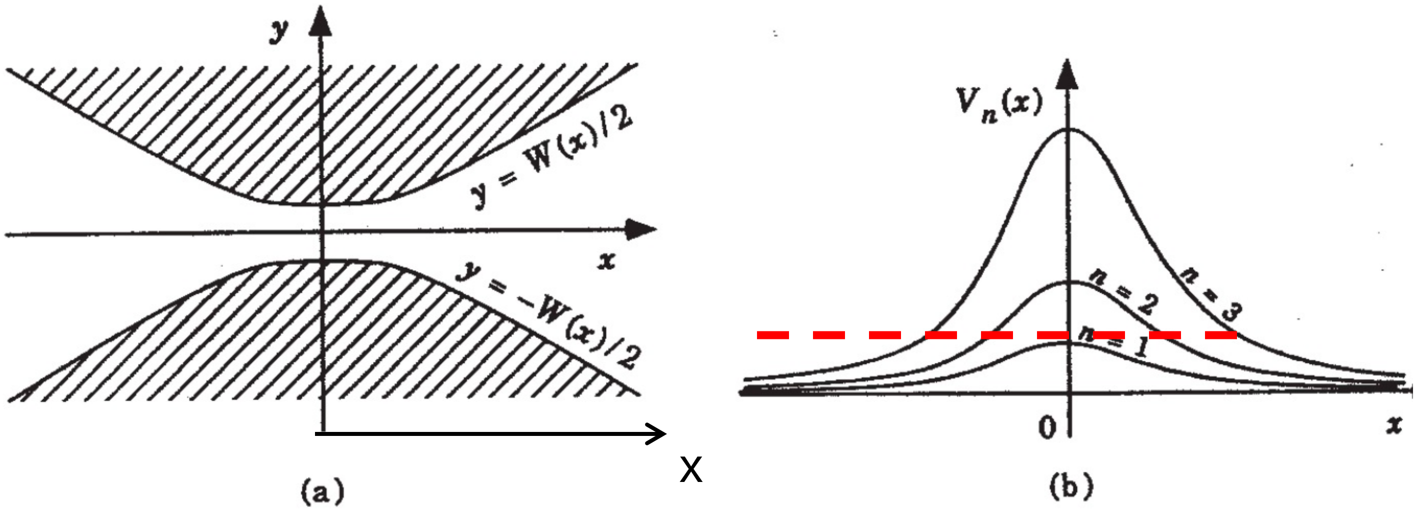


$$T_i = \sum_j T_{ij}$$

$$R_i = \sum_j R_{ij}$$

$$G_i = \frac{2e^2}{h} T_i(\mu)$$

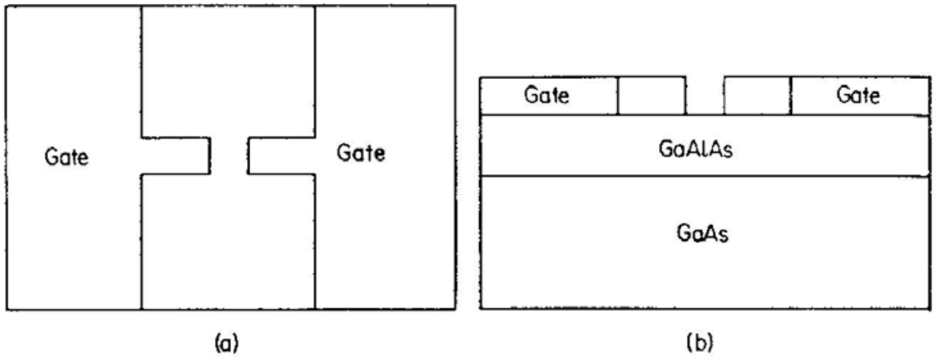
Пример



Энергии поперечных мод

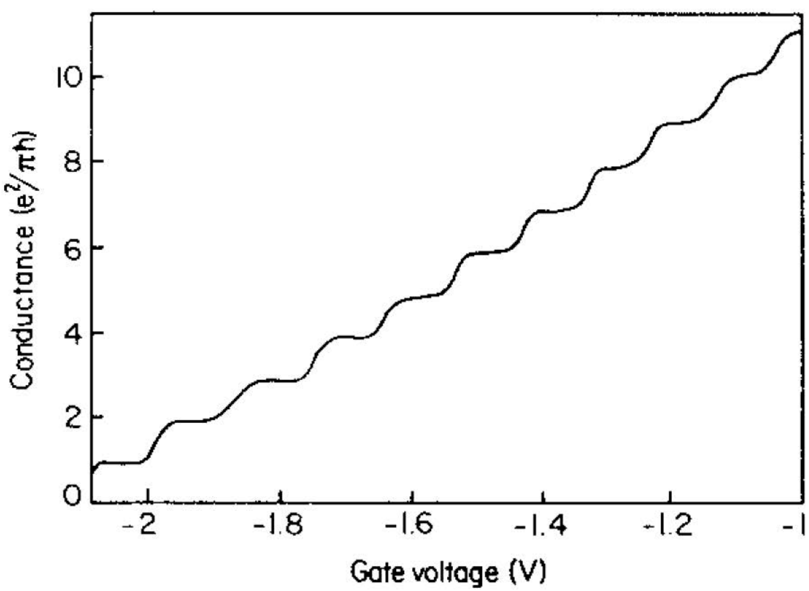
Проводимость сужения близка к $2(e^2/h) \times 1$

Квантовый точечный контакт (Quantum Point Contact, QPC)



$$G = \sum_{n=1}^{N_{max}} \frac{2e^2}{h}$$

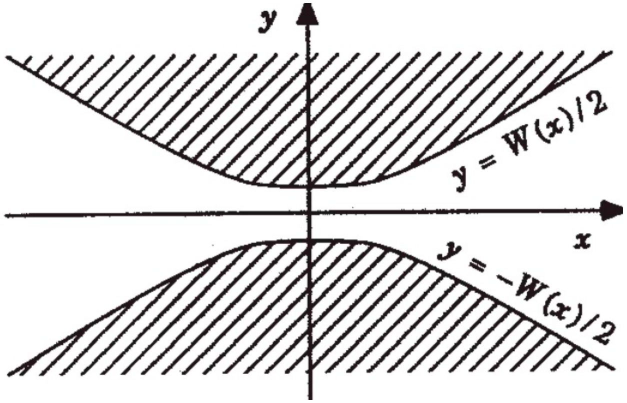
$$N_{max} = k_F W/\pi$$



Изменение кондактанса при изменении эффективной ширины канала от 0 до 360нм.
van Wees et al. PRL 60, 848 (1988)

Простая модель QPC

(2DEG) заключен в области |y| ≤ W(x)/2 в плоскости x − y, путем создания бесконечно высокой потенциальной стенки при y = ±W(x)/2. Поместим начало отсчета (x = 0) в место наибольшего сужения



собственные состояния этой модельной системы следуют из уравнения Шредингера

$$\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(x,y)+V(x,y)\Psi = E\Psi(x,y)$$

С гран. условиями $$\Psi(x,\pm W(x)/2)=0$$

Решением этого уравнения является многомодовая волновая функция $\Psi_n(x,y)$, отвечающая эффективному потенциалу

$$V_n(x) = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{W(x)}\right)^2$$

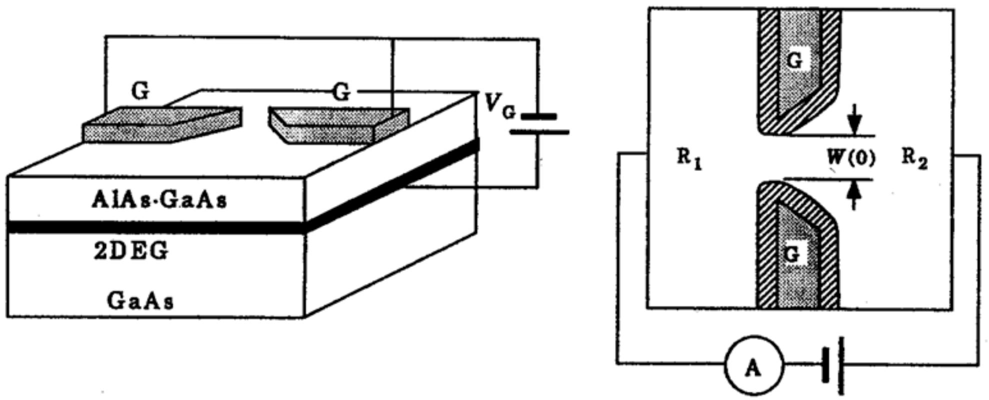
Электроны каждой моды вносят независимый вклад в ток

$$\boxed{G = \frac{2e^2}{h}\sum_{n=1}^{\infty} T_n}$$

Если потенциал *W(x)* изменяется медленно, то зависимость $T_n(E)$ -как в классике

$$T_n \approx \begin{cases} 1 & E_F > V_n(0) \\ 0 & E_F < V_n(0) \end{cases}$$

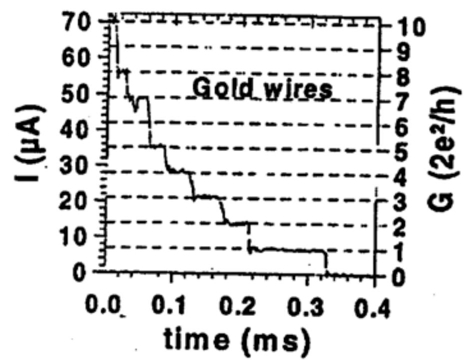
Пример практического устройства с QPC



(a) (b)

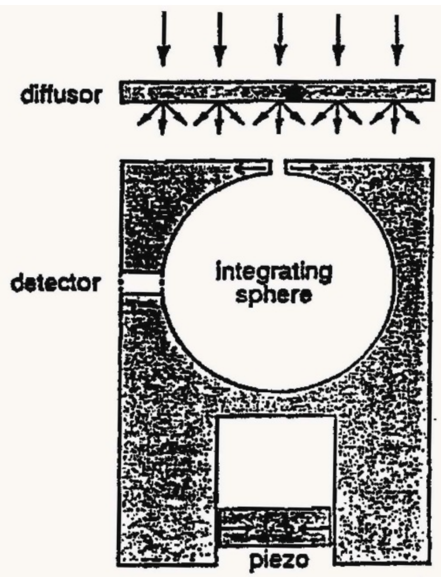
Школьный эксперимент: качающиеся проволочки

a.

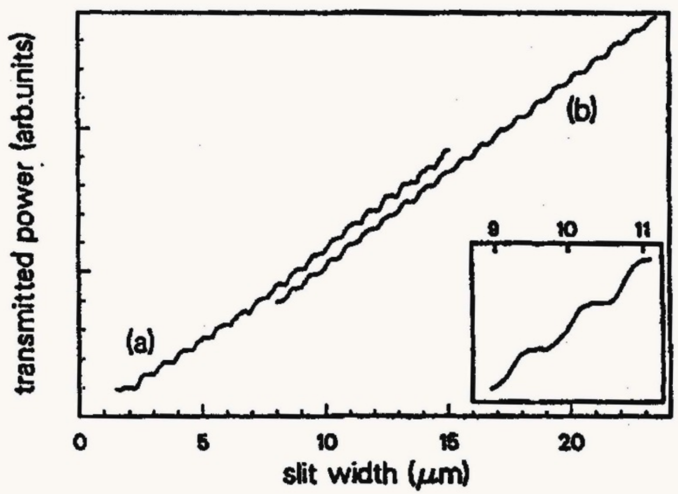


b.

Аналогия в оптике (λ=1.55μ)



a



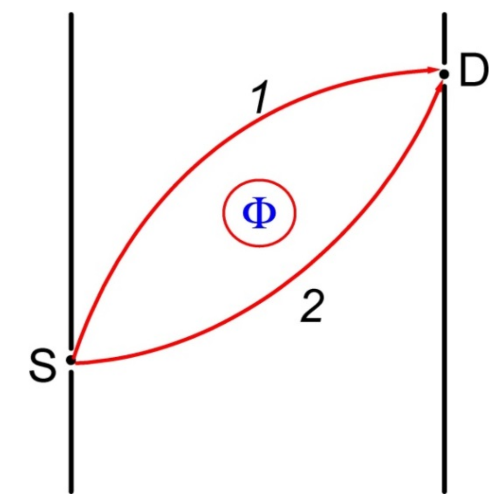
b

Магнитное поле. Вектор-потенциал

2D система в магнитном поле $B_\perp$: эффект Аронова-Бома (Aharonov-Bohm)

Для волны распространяющейся по пути *i*

$$\psi_i(r) = exp[-i\theta_i(r)]\psi_i^0(r)$$



$\Psi_i^0(r)$ – волн. функция в отсутствие A

$$\theta_i(r) = \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_S^D A dr_i \qquad \Phi_0 = \frac{hc}{e}$$

$$|\psi_1(D)+\psi_2(D)|^2 = |\psi_1(D)|^2 + |\psi_2(D)|^2 + 2\,Re\,\psi_1^*(D)\psi_2(D) \approx$$

$$2|\psi_1^0(D)|^2\,[1+\cos[\xi_E(D)]+\theta_1-\theta_2]$$

$$\theta_1-\theta_2 = \frac{2\pi}{\Phi_0}\left[\int_S^D A dr_1 - \int_S^D A dr_2\right] = \frac{2\pi}{\Phi_0}\int rotA(s)ds = 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$

Было предположено, что $\Psi_1(D) \approx \Psi_2(D)$

и введено обозначение $\Psi_1^{0*}(D)\Psi_2^{0}(D) = |\Psi_1^{0}|^2 \exp[i\xi_E(D)]$

Электроны распространяются в области, в которой магнитное поле равно нулю, однако на них действует вектор потенциал поля.

Другой вывод выражения для эффекта AB

$$p = \hbar k = mv + (e/c)A$$

Изменение импульсы → изменение фазы, даже если H=0

Полное изменение фазы

$$\Delta\phi = \int \boldsymbol{k} d\boldsymbol{l} = \frac{1}{\hbar}\int\left(m\boldsymbol{v} + \frac{e}{c}\boldsymbol{A}\right)d\boldsymbol{l} = \Delta\phi_v + \Delta\phi_A$$

Фазовый сдвиг, индуцируемый вектор-потенциалом

$$\Delta\phi_A = \frac{e}{\hbar c}\int \boldsymbol{A} d\boldsymbol{l}$$

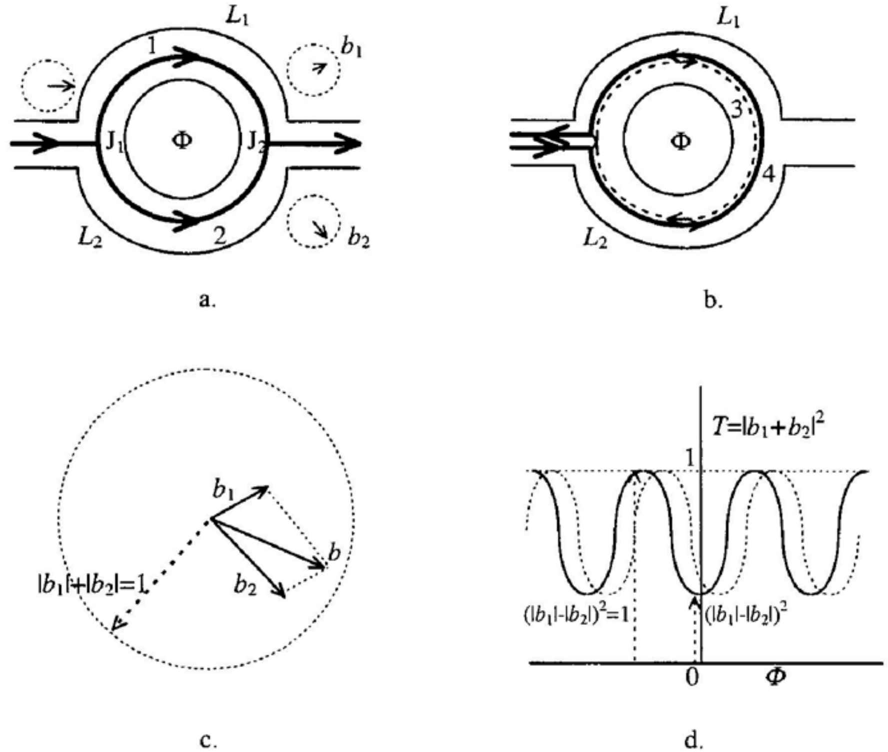
$$\Delta\phi_A = \frac{e}{\hbar c}\int \overline{A}d\bar{l} = \frac{e}{\hbar c}\oint(rot\overline{A}d\overline{S}) = \frac{e}{\hbar c}BS = 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$

Окружаемый траекторией поток называется потоком Аронова-Бома

Эффекты Аронова-Бома (AB) и Альтшулера-Аронова-Спивака

Б. Альтшулер, А. Аронов, Б. Спивак, JETP Lett. 33, 101 (1981)
Ю.В. Шарвин, Д.Ю. Шарвин, Б. Альтшулер и др., Письма в ЖЭТФ.

Траектории типа 1 и 2.
$\Delta\phi$ будет увеличиваться на 2π каждый раз когда один квант потока добавляется в кольцо.
Период осцилляций Φ_0



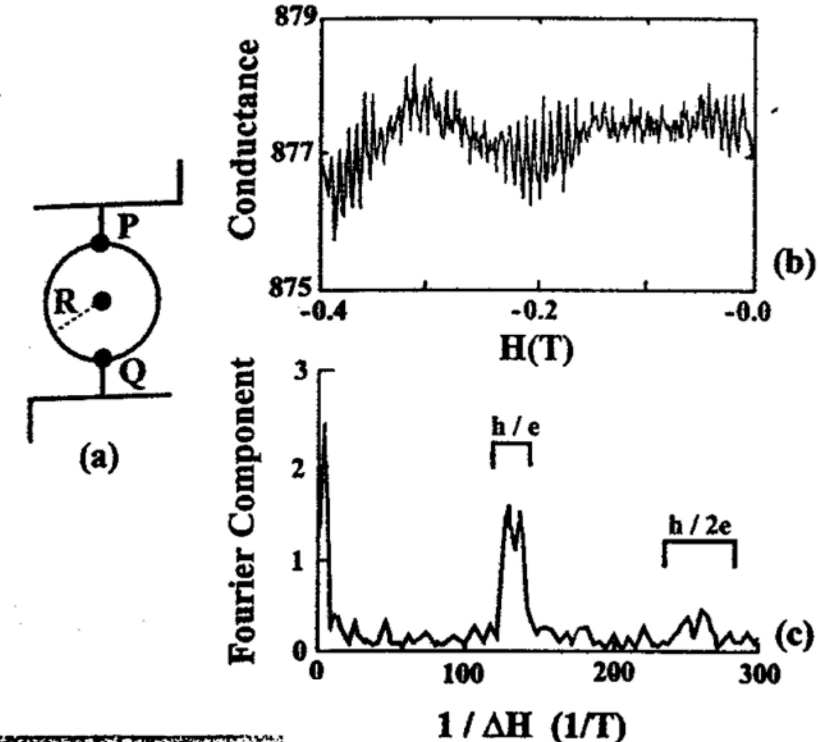
Траектории - 3 и 4. Их интерфе-ренция при Ф = 0 также дает эффективное рассеяние назад. При B ≠ 0 фазы, набираемые двумя

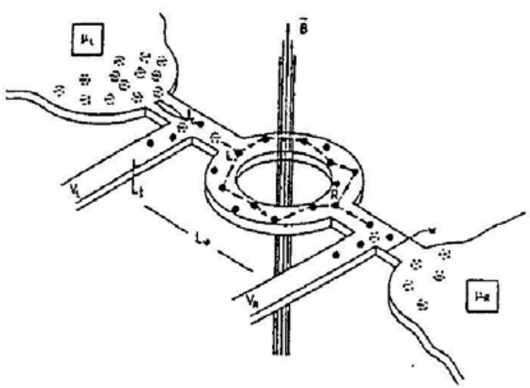
$$\Delta\phi_3 = +2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$
$$\Delta\phi_4 = -2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} = -\Delta\phi_3.$$

Разность фаз $\Delta\phi_3$-$\Delta\phi_4$ в два раза больше чем между волнами 1 и 2, поэтому осцилляции будут в два раза чаще, чем в эффекте АВ.

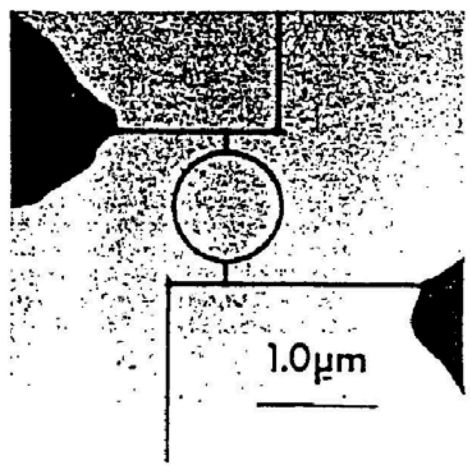
Этот эффект, наблюденный впервые Ю.В. Шарвиным и Д.Ю. Шарвиным называется осцилляциями Альтшулера-Аронова-Спивака (ААС).

Золотое кольцо в эксперименте (R.Webb). Диаметр 825нм, ширина 40нм.

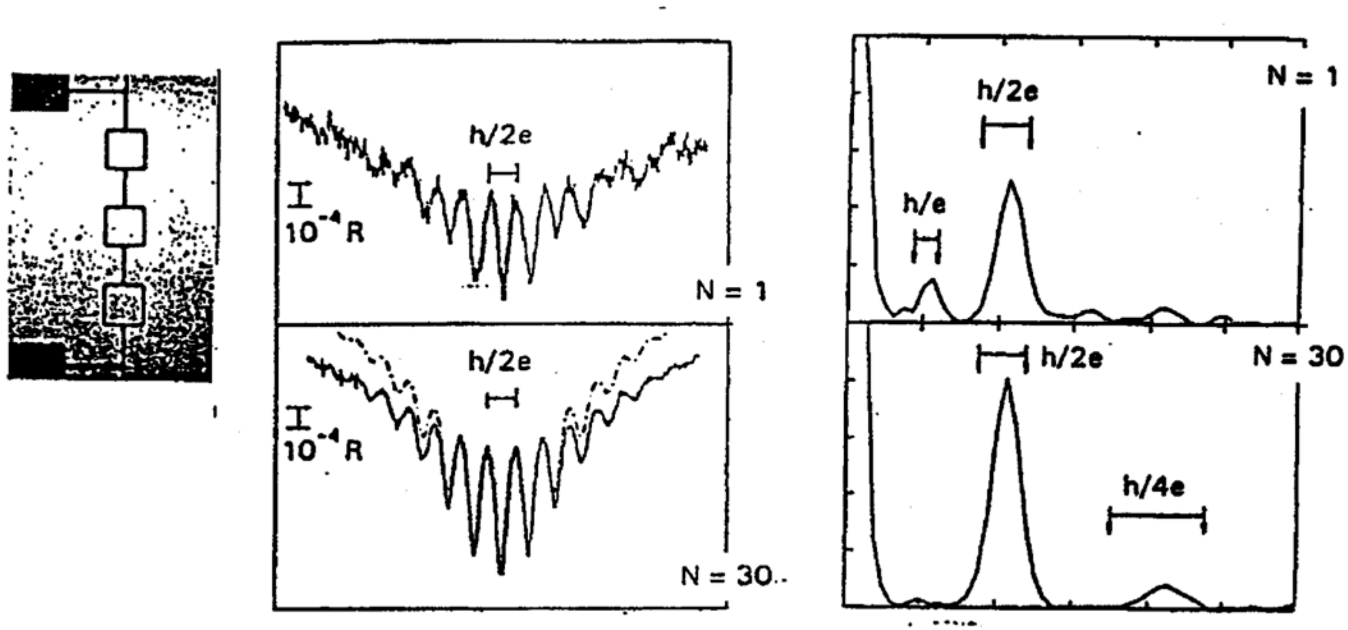




a.



b.



a. *b.* *c.*

Центр сверхпроводимости и квантовых материалов им. В.Л.Гинзбурга

ФИАН