Лекции 1 -3 -4: краткая выжимка

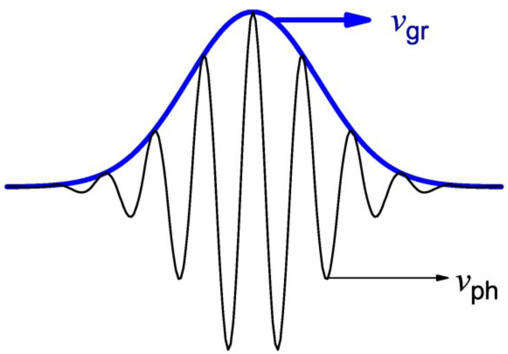
Классическая, квазиклассическая и квантовая физика

$$E = \hbar\omega = h\nu \qquad \text{(Эйнштейн)}$$

$$p = \hbar k = \frac{h}{\lambda} \qquad \text{(де Бройль)}$$

$$v_{\text{phase}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar k}{2m} = \frac{p}{2m} \qquad (1.10)$$

$$v_{\text{group}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m} \equiv v_{\text{classic}},$$



Подсчет числа состояний

число состояний в интервале от E до $E + \delta E$

Периодические гран. условия

$$\psi(0) = \psi(L)$$

$$\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=L}$$

$$\exp(ikL) = \exp(ik0) = 1 = \exp(2\pi ni)$$

$$k_n = \frac{2\pi n}{L}, \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$n_{1D}(k)\delta k$ – число состояний в интервале k - $k+\delta k$

$$N_{1D}(k)\delta k \equiv \left(\frac{dN}{dk}\right)\delta k = 2\frac{L}{2\pi}\delta k = \frac{L}{\pi}\delta k,$$

2 – спиновое вырождение

$$\boxed{N(k)_d = \frac{g_s}{(2\pi)^d}}$$

Плотность состояний по импульсу на 1 объема

Плотность состояний по энергии

$$n_{1D}(E)\delta E = n_{1D}(E)\frac{dE}{dk}\delta k = 2n_{1D}(k)\delta k$$

2 значения: $\pm k$

$$n_{1D}(E) = \left(\frac{2}{\pi}\right)\frac{1}{d\varepsilon/dk}.$$

Для свободного газа

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\boxed{n_{1D}(E) = \frac{1}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{2m}{E}}.}$$

$$v = d\omega / dk = \frac{1}{\hbar}\left(\frac{d\varepsilon}{dk}\right)$$

$$\boxed{n_{1D}(E) = \frac{2}{\pi\hbar v(E)}.}$$

$$N_{3D}(E) = \frac{mk}{\pi^2 \hbar^2} = \frac{m}{\pi^2 \hbar^3}\sqrt{2mE}$$

d	k_F	$N(E)$
1	$\frac{n\pi}{g_s}$	$\frac{g_s}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{m}{2E}}$
2	$\sqrt{\frac{4\pi n}{g_s}}$	$g_s \frac{m}{2\pi\hbar^2}$
3	$\left(\frac{6\pi^2 n}{g_s}\right)^{1/3}$	$g_s \frac{m}{2\pi^2\hbar^3}\sqrt{2mE}$

Характерные масштабы

Фермиевский волновой вектор

$k_F = 2\pi/\lambda_F = \sqrt{(2\pi n/g_v)}$, где n - плотость электронов на единицу площади.

Характерные значения для (100) n-Si-MOSFET

$k_F = 1 \times 10^6 \text{см}^{-1}$ при $n = 3 \times 10^{11} \text{см}^{-2}$.

Фермиевская длина волны $\lambda_F = 2\pi/k_F$

В вырожденном Ферми-газе, при $T = 0$ электроны занимают состояния соответственно волновому вектору k с $|\, \mathbf{k} \,| \leq k_F$. Полная плотность электронов равна

$$n = \begin{cases} \frac{2}{(2\pi)^3}\frac{4\pi}{3}k_F^3 & d = 3; \\ \frac{2}{(2\pi)^2}\pi k_F^2 & d = 2; \\ \frac{2}{2\pi}k_F & d = 1 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad n = \pi k_F^2 \frac{2g_v}{(2\pi)^2}.$$

$\lambda_F \approx 46\text{Å}$ для n-GaAs/AlGaAs при $n = 3 \times 10^{11} \text{см}^{-2}$. ($g_v = 1$).

$\lambda_F \approx 64\text{Å}$ для n-Si-MOS при $n = 3 \times 10^{11} \text{см}^{-2}$.

Фермиевская скорость $v_F = \hbar k_F/m$.
Для (100) n-Si-MOSFET
$v_F \approx 6 \times 10^6$ см/с при $n = 3 \times 10^{11}$см$^{-2}$.

Длина свободного пробега Λ_p

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_p}{m} = \frac{nev_F\Lambda_p}{m} \qquad (4.2)$$

Мы использовали выше $v = v_F$ и $k = k_F$ потому что при $k_BT \ll E_F$ все процессы происходят в близкой окрестности $E_F \pm k_BT$.

Фундаментальная единица сопротивления
$R = \frac{h}{e^2} = 25813\Omega$.
$R \times C =$[время]

$C =$[длина]
$R = \frac{\text{time}}{\text{length}}$
$\sigma = R^{-1} =$[скорость].

$k_F\Lambda_p g_v = \sigma$ когда σ в единицах $\left(\frac{e^2}{h}\right)$.

Длина тепловой диффузии

Электрон движется баллистически на масштабе меньшем Λ_p, и движется диффузионно на масштабах больших Λ_p. Такое движение характеризуется Эйнштейновским коэффициентом диффузии *D*:

Фазовая когерентность разрушается неупругим рассеянием (фононы).
Электрон теряет фазовую когерентность спустя время $\hbar / k_B T$
Последний интервал времени соответствует длине

$$L_T = \sqrt{D\hbar/k_B T}.$$ длина тепловой диффузии.

Энергия Таулесса

Пусть *t* – характерное время диффузии от центра к краю образца. Тогда возникает характерная энергия $E_T = \hbar / t.$

Она характеризует чувствительность энергетического уровня системы к граничным условиям. С другой стороны, подставляя $L_T = L$ и $k_B T = E_T$, получаем

$$E_T = D\hbar/L^2$$

Коррелированные состояния $E_i - E_j > E_T$

Длина фазовой когерентности

$$L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi} = \Lambda\sqrt{\tau_\varphi/\tau_p},$$

Диффузионный и Баллистический режимы

$$L \gg \Lambda_p \tag{4.9}$$

$$L \ll \Lambda_p \tag{4.10}$$

Гетероструктуры с высокой подвижностью μ:
$\Lambda \sim 50$ мкм - баллистика;