

**ОП**

# Физика сверхпроводимости и квантовых материалов

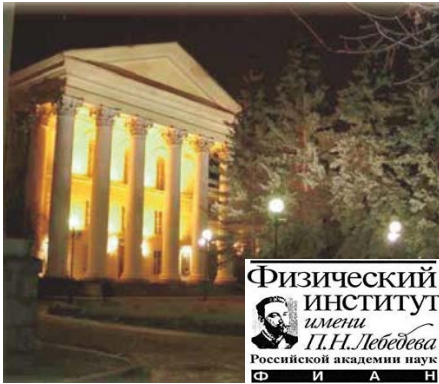
На кафедре «Физика и технология наноструктур»

**Руководитель: В.М. Пудалов,**  
([pudalov@lebedev.ru](mailto:pudalov@lebedev.ru)), **7(499)132-6780**

**База:**

- ✓ Центр высокотемпературной сверхпроводимости и квантовых материалов им. В.Л. Гинзбурга («**Центр Гинзбурга**»)  
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

МФТИ, 19 апреля 2019г.

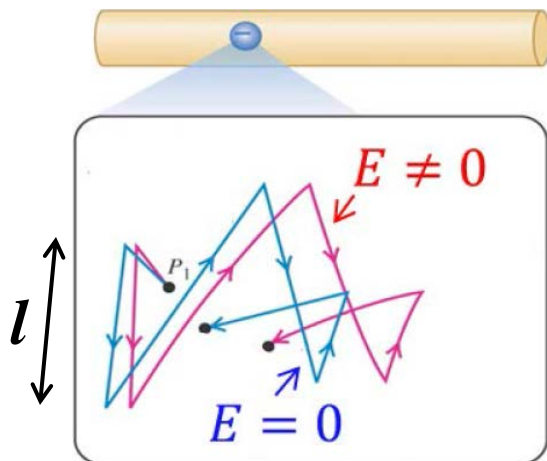
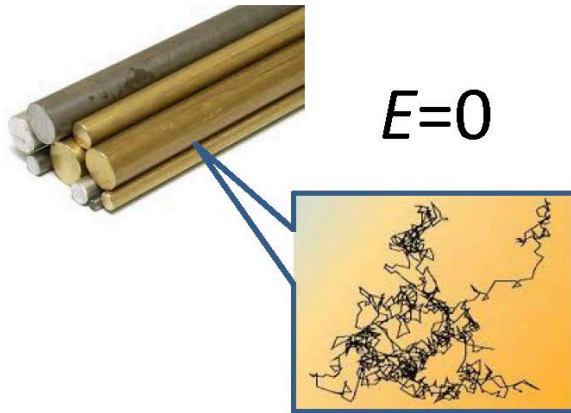


# Лекция 11. «Прыжковый транспорт»

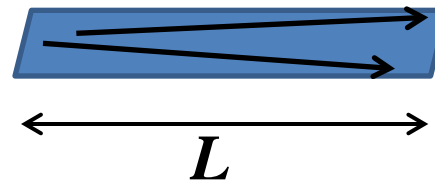
***В.М. Пудалов***

# Диффузионный и баллистический транспорт

Диффузионное движение:  $l \ll L$



Баллистическое движение:  $l > L$



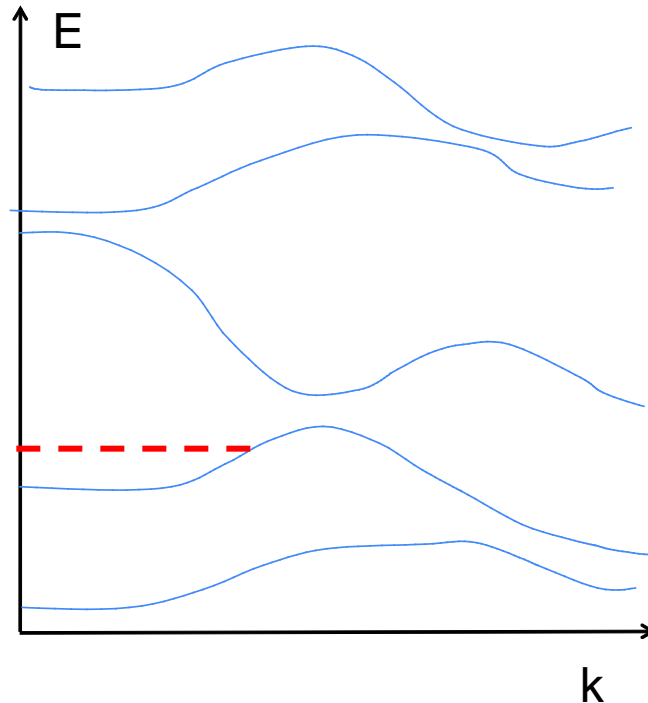
Оценим  $l$  для Cu:

$$\sigma(T=300K) = 6 \cdot 10^5 / \Omega \cdot \text{см} \text{ и } n \approx 10^{23} \text{см}^{-3}$$

$$\tau = 10^{-14} \text{с} \text{ и } l = 1 \text{нм}$$

- Чистые образцы,
- Микро- и наноструктуры,
- Низкие температуры

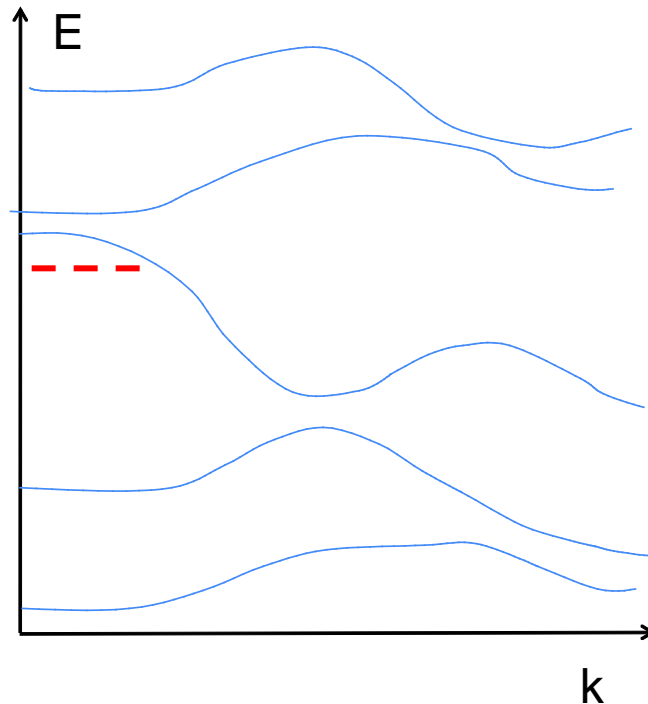
# Лекция 11. Транспорт баллистический, но не зонного типа



Зонный транспорт: электрон распространяется (i) баллистически или (ii) диффузно совершая случайное движение.

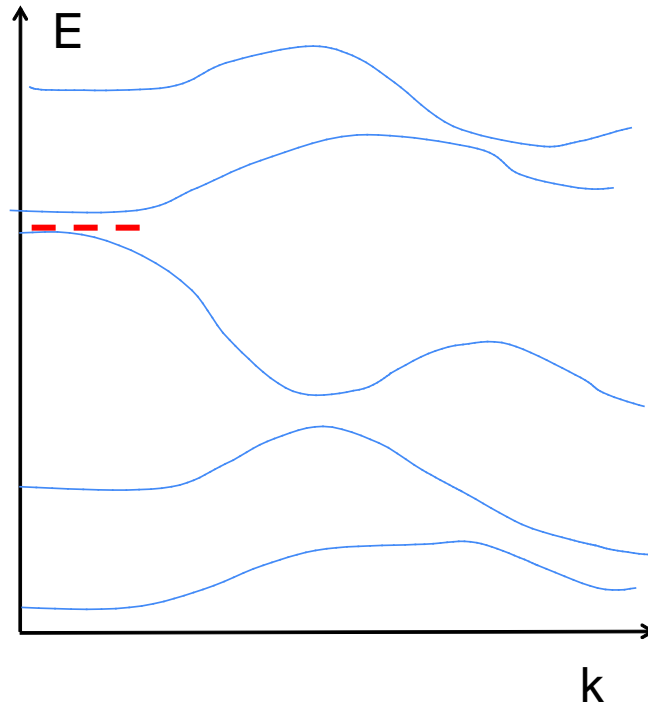
В обоих случаях, несмотря на столкновения электрон продолжает оставаться в пределах своей энергетической зоны.

# Лекция 11. Транспорт баллистический, но не зонного типа



Зонный транспорт: электрон распространяется (i) баллистически или (ii) диффузно совершая случайное движение. В обоих случаях, несмотря на столкновения электрон продолжает оставаться в пределах своей энергетической зоны.

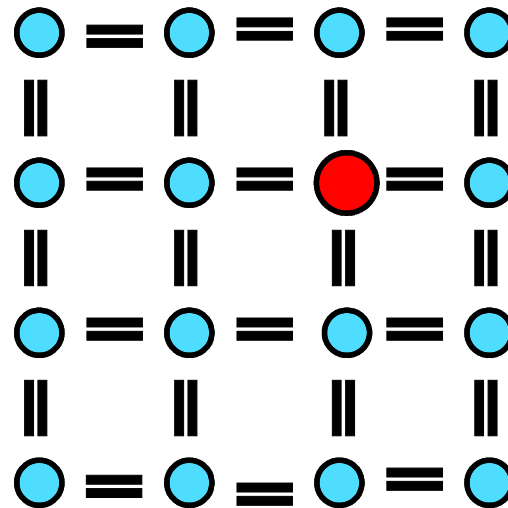
# Лекция 11. Транспорт баллистический, но не зонного типа



Зонный транспорт: электрон распространяется (i) баллистически или (ii) диффузно совершая случайное движение. В обоих случаях, несмотря на столкновения электрон продолжает оставаться в пределах своей энергетической зоны.

**Для сильно легированных полупроводников** потенциал примесей настолько силен и собственных носителей так мало, что основным типом транспорта становится прыжковый транспорт

Рассмотрим примесь замещения в решетке Si или Ge (IV группа)



**Задача** об уровне энергии электронов вблизи примеси сводится к задаче об одном электроне в водородоподобном состоянии. Поле заряда примесного атома уменьшается в  $\kappa$  раз. Радиус Боровской орбиты в полупроводнике увеличен по сравнению с нормальным металлом из-за малости эффективной массы  $m^*$  и большой  $\kappa$ .

Радиус Боровской орбиты  
(атом H)

$$a_B^* = \frac{\hbar^2 \kappa}{m^* e^2} = ?$$

Энергия связи в основном состоянии

в атоме водорода

$$\varepsilon_0 = \frac{m e^4}{\hbar^2} = 13.6 \text{ эВ}$$

**в примесном состоянии**

$$\varepsilon_0^{imp} = \frac{m^* e^4}{\hbar^2 \kappa^2}$$

Для  $m^* = (0.1 - 0.01)m_e$ ,  $\kappa \sim 10-20$

$\varepsilon_0^{imp} \sim (1-100) \text{ мэВ}$

Примеры:

Si:P	44 мэВ
Si:As	49 мэВ
Ge:P	12.7 мэВ
Ge:Sb	96 мэВ



Радиус Боровской орбиты  
(атом H)

$$a_B^* = \frac{\hbar^2 \kappa}{m^* e^2} = 0.529 \text{ \AA}$$

Энергия связи в основном состоянии

в атоме водорода

$$\varepsilon_0 = \frac{m e^4}{\hbar^2} = 13.6 \text{ эВ}$$

**в примесном состоянии**

$$\varepsilon_0^{imp} = \frac{m^* e^4}{\hbar^2 \kappa^2}$$

Для  $m^* = (0.1 - 0.01)m_e$ ,  $\kappa \sim 10-20$

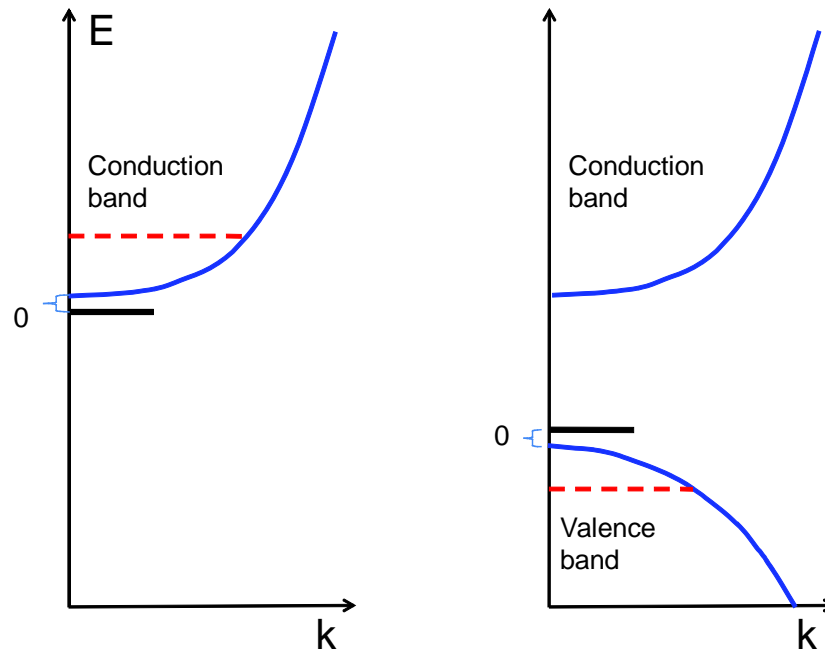
$\varepsilon_0^{imp} \sim (1-100) \text{ мэВ}$

Примеры:

Si:P	44 мэВ
Si:As	49 мэВ
Ge:P	12.7 мэВ
Ge:Sb	96 мэВ

**Q:** Где расположен примесный уровень в зонной структуре

**Q:** Где расположен примесный уровень в зонной структуре



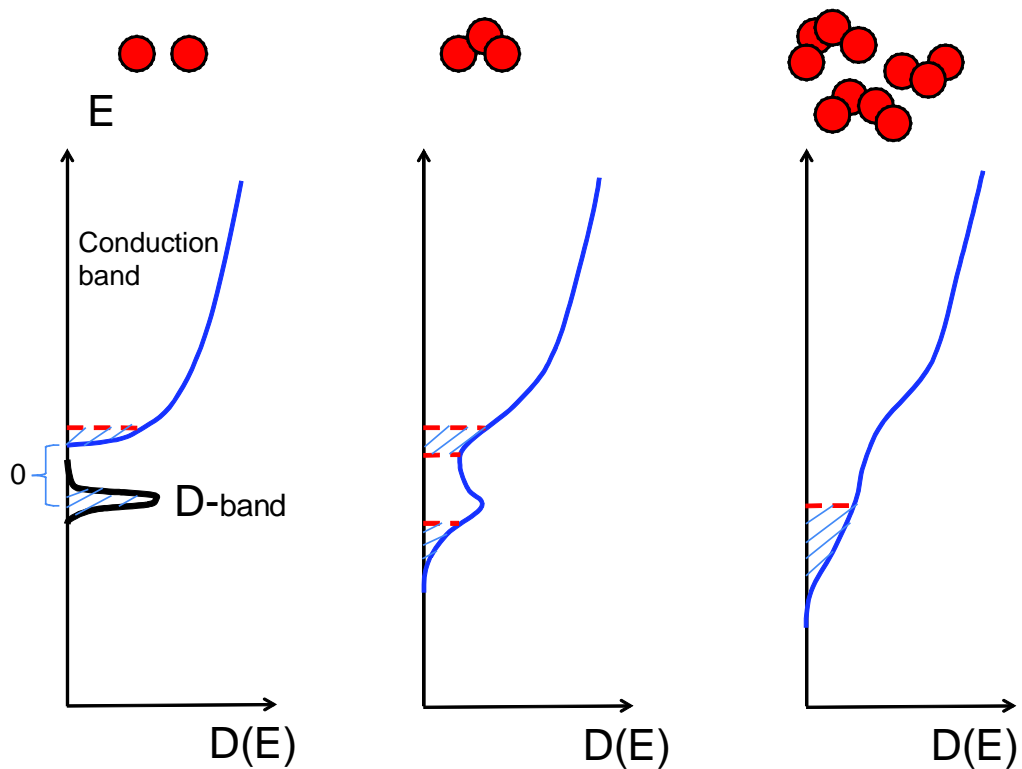
**A:** либо под дном зоны проводимости, либо над потолком валентной зоны. В обоих случаях - в области щели.

При увеличении количества примесей примесный уровень энергии расплывается в зону (“примесная зона”).

Хотя волновые функции локализованных на них электронов перекрываются слабо, но все же вероятности перехода между донорными состояниями ненулевые.

**В этом состоит причина транспорта по локализованным состояниям, вне зоны**

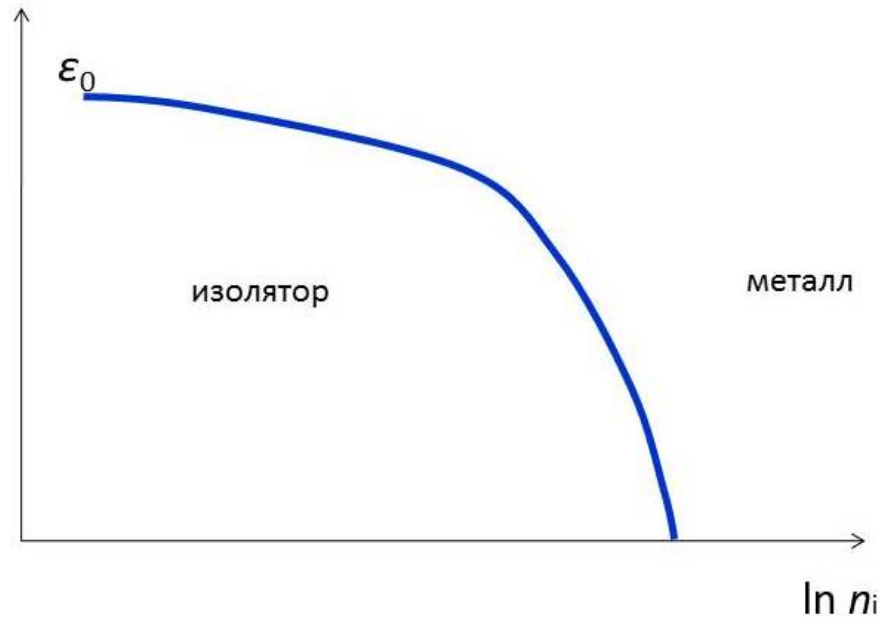
Трансформация примесной зоны по мере увеличения концентрации примесей  $n_i$



Полупроводник

→

металл !



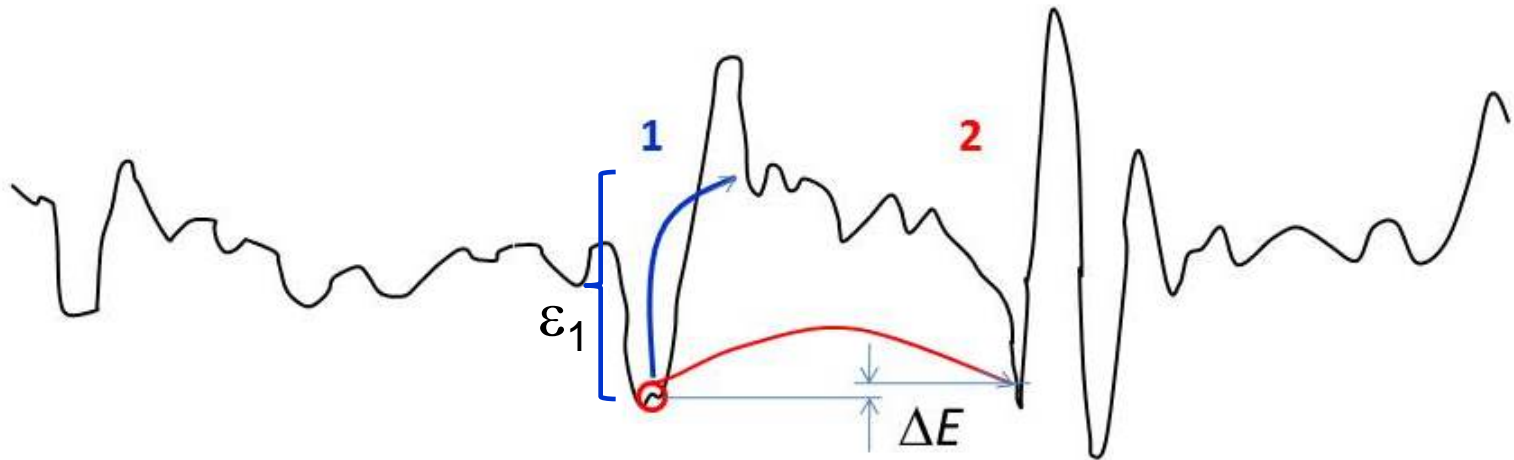
Уменьшение щели по мере увеличения концентрации примесей  $n_i$

Мы изменяли только потенциал примесей (амплитуду случайного потенциала или количество примесей)

Это переход изолятор-металл в модели Андерсона.

## 11.3 Прыжковая проводимость по примесным уровням

Рассмотрим транспорт заряда в изоляторе. Плоских волн нет и их распространение невозможно, т.е. невозможен транспорт зонного типа.



- 1 - прыжок между ближайшими соседями
- 2 – оптимизированный прыжок

Доминирующий процесс  
при высоких  $T \gg \Delta = \varepsilon$

$$p = p_1 \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{kT}\right)$$

При  $T \ll \Delta$  такой прыжок на ближайший уровень маловероятен.

Рассмотрим более общий случай: прыжок на расстояние  $r$  с участием фонона при разности энергий  $\delta E$  начального и конечного состояний

$$p(r) = v_{ph} \exp\left(-\frac{2r}{\xi} - \frac{\delta E}{kT}\right)$$

$\xi$ -радиус локализации  
на каждом центре

$$\Psi \propto \exp\left(-\frac{r}{\xi}\right)$$

$v_{ph}$  – вероятность перехода (включая матричный элемент e-ph взаимодействия и плотность состояний)





В прыжковой проводимости имеются два конкурирующих фактора: Большая длины прыжка  $R$  позволяет найти состояние с энергией, более близкой к энергии начального состояния. Но, большее  $R$  подразумевает меньшее значение интеграла перекрытия. Значение  $R$ , которое оптимизирует произведение двух факторов:

$$R \propto T^{-1/4}$$

С ним получаем т.н. проводимость с переменной длиной прыжка

$$\sigma_{hop} = \sigma_0 \exp \left[ - \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/4} \right]$$

Это т.н. Моттовский закон прыжковой проводимости для 3D случая.

Выведем его и заодно найдем такое оптимальное  $R(T)$ , которое максимизирует  $P$ .

В сферическом объеме 3D пространства радиусом  $r$  имеется  $(4\pi/3)r^3 D(E_F)$  состояний. Среднее расстояние по энергии между уровнями равно

$$\langle \delta E \rangle = \left[ \frac{4\pi r^3}{3} D(E_F) \right]^{-1}$$

Подставим это в

$$p(r) = v_{ph} \exp\left(-\frac{2r}{\xi} - \frac{\delta E}{kT}\right)$$

продифференцируем по  $r$  и приравняем 0.

Получим, что максимум  $p$

достигается при длине прыжка  $R=r_{opt}$ :

$$R = \left( \frac{9\xi}{8\pi D(E_F) k_B T} \right)^{1/4}$$

Ей отвечает средняя энергия прыжка

$$\langle \delta E \rangle = 0.20 k_B (T_0 T^3)^{1/4}$$

и вероятность оптимального прыжка

$$p = \nu_{ph} \exp \left[ \left( \frac{T_1}{T} \right)^{1/4} - \left( \frac{T_2}{T} \right)^{1/4} \right] = \nu_{ph} \exp \left[ - \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/4} \right]$$

$$k_B T_0 \approx 18 / D(E_F) \xi^3$$

Коэффициент диффузии, по определению, равен среднему квадрату расстояния, на которое диффундирует частица в единицу времени:

$$D = \rho R^2$$

Мы хотим получить прыжковую проводимость

$$\sigma = n e \mu$$

$$\sigma = \sigma_{hop} \exp \left[ - \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/4} \right]$$

← где  $\sigma = e D(E_F) R^2 v_{ph}$  и  
 концентрация электронов  
 способных к прыжку  
 $n = k_B T D(E_F)$

“Моттовский закон  $1/4$ ” для 3D системы.

$$\sigma = \sigma_{hop} \exp \left[ - \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/4} \right]$$

В случае другой размерности

$$\sigma \propto \exp \left[ - \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/(d+1)} \right]$$

Так что для 2D систем без взаимодействия получаем закон  $T^{-1/3}$

## Многоэлектронная задача о прыжковой проводимости. Кулоновская щель

Вероятность туннелирования электрона зависит от наличия свободного места для искомого конечного состояния и от энергии конечного состояния  $E_f$ . Последняя зависит не только от заданного пространственного рельефа случайного потенциала, но и от экранирования его окружающими электронами. Эту многоэлектронную задачу обычно решают методом приближения, вводя экранированный потенциал и рассматривая выделенный электрон в поле потенциала экранированного всеми остальными электронами.

Вероятность прыжка при энергии **вблизи**  $E_f$  зависит от расположения других состояний, соседних с конечным состоянием, а также от того, заполнены они или нет. Т.о., потенциальная энергия кулоновского взаимодействия электрона в желаемом конечном состоянии зависит от того, заняты ли соседние состояния, создающие поле в месте расположения конечного состояния. Иначе говоря, для того, что вероятность туннелирования возросла, соседние электроны должны “раздвинуться”.

**Q:** могут ли прыжки совершаться без фононов, за счет взаимодействия между электронами?

**Q:** могут ли прыжки совершаться без фононов, за счет взаимодействия между электронами?

**A:** да, могут за счет перераспределения энергии между электронами.



При попытке туннелирования с энергией на уровне Ферми  $E_f = E_F$  возможности раздвинуться нет, но она появляется по мере удаления энергии конечного состояния от уровня Ферми. В результате, в плотности состояний возникает т.н. “мягкая” кулоновская щель:

$$D(\varepsilon) \equiv \frac{dN}{d\varepsilon} \propto (\varepsilon - \mu)^2,$$

которая приводит в 2D системе к закону Эфроса и Шкловского

$$\sigma \propto \exp\left[-\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2}\right]$$