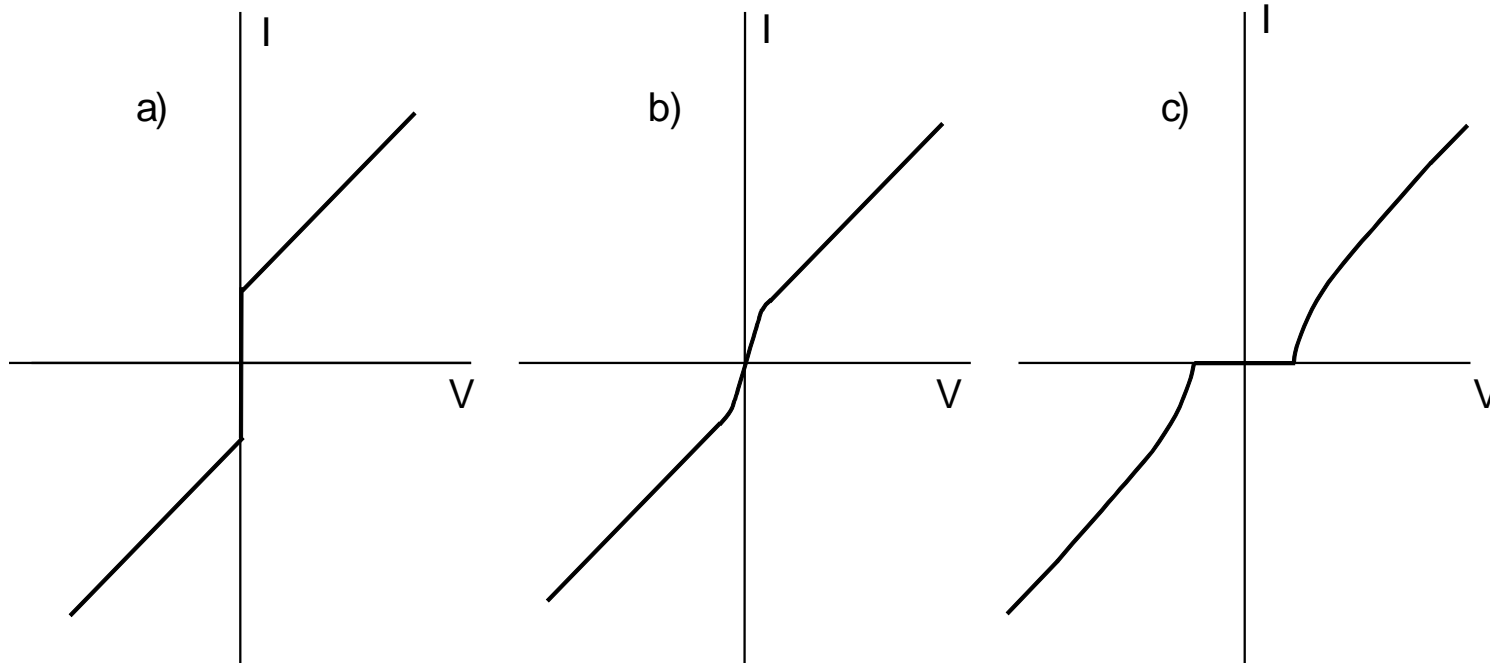


Лекция 9. Транспорт в S-N-S и S-I-S структурах: Андреевское отражение.
Баллистический транспорт в S, S-N, S-N-S, S-I-S мезоструктурах

9.1. Проводимость микроконтакта между двумя сверхпроводниками

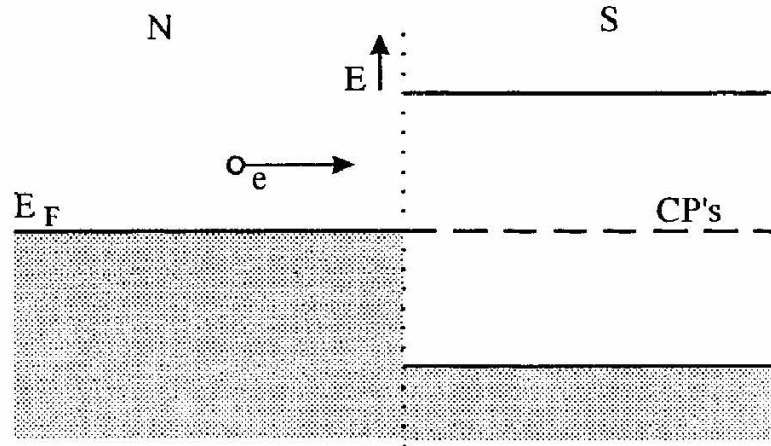


Туннелирование пар

Туннелирование квазичастиц
с андреевским отражением

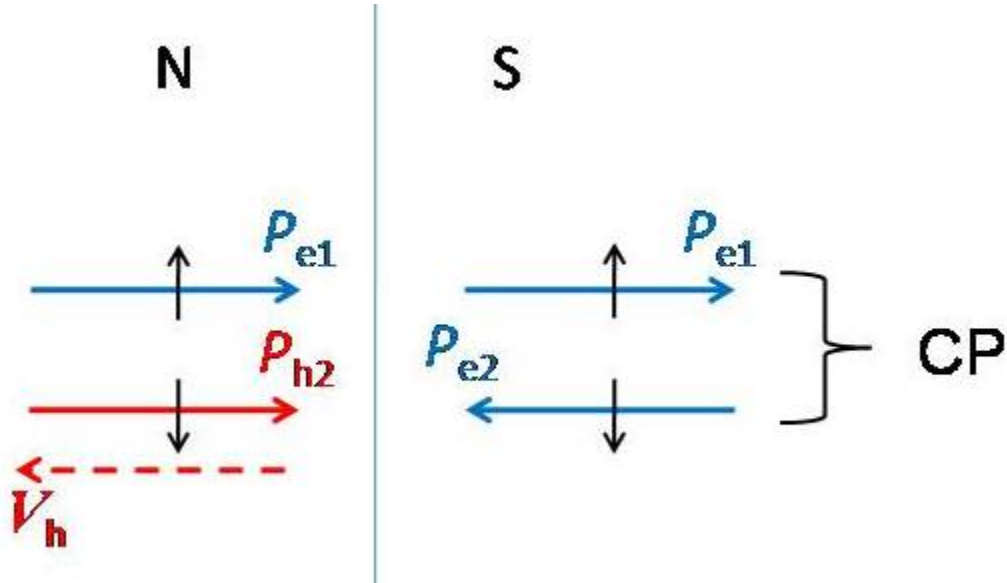
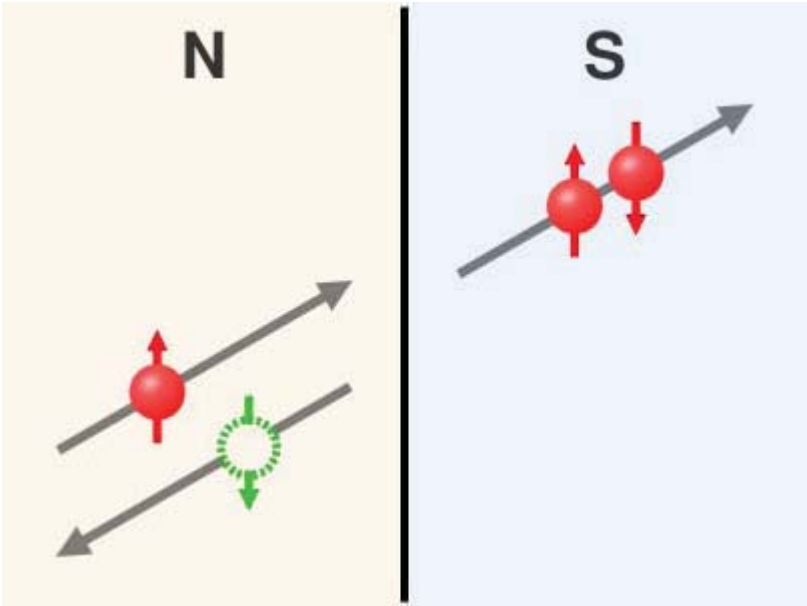
Туннелирование квазичастиц

9.2. Граница S-N и Андреевское отражение



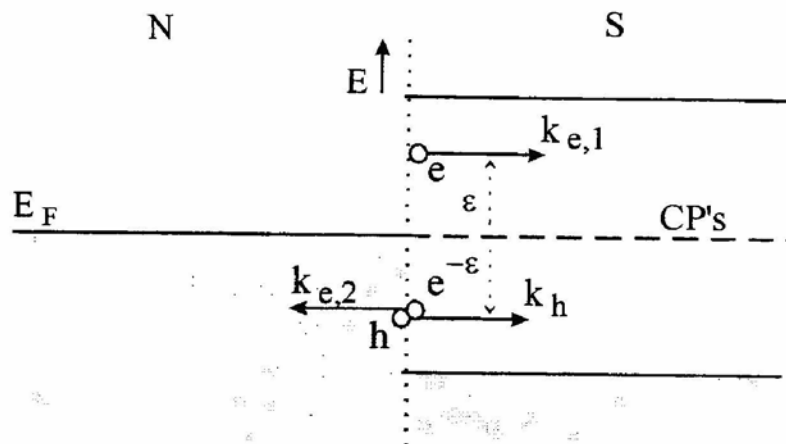
4-частичный процесс: электрон с энергией $\epsilon \approx 0$ проникает в сверхпроводник, подхватывает и тащит за собой другой электрон с противоположным импульсом и спином, и симметрично ему расположенный на ПФ.

Удаление из N материала электрона рождает комплементарную электрону дырку вблизи интерфейса на стороне N (с положительным зарядом, отрицательной эффективной массой и таким же импульсом).



9.2.1 Законы сохранения

Набегавший электрон имеет положительную избыточную энергию: $\epsilon = E_{e,1} - E_F > 0$, $\epsilon < \Delta$ и импульс $k_e = k_{e,N,1}$.



•(1) Энергия.

Энергия второго (подхваченного) электрона должна быть слегка меньше фермиевской энергии, так чтобы Куперовская пара сразу получила нужную энергию $\epsilon = 0$ и попала на уровень энергии CP, который в равновесии совпадает с уровнем Ферми нормального металла.

Сумма энергии первого электрона $E_{e,1}$, подхваченного электрона $E_{e,2}$ и комплементарной дырки E_h до андреевского отражения (AR) должна быть равна сумме энергии куперовской пары $2E_F$ и отраженной дырки E_h после AR:

$$E_{e,1} = E_F + \varepsilon = \frac{\hbar^2 k_{e,1}^2}{|2m|}$$

$$E_{e,2} = E_F - \varepsilon = \frac{\hbar^2 k_{e,2}^2}{|2m|}$$

$$E_h = E_F - \varepsilon = \frac{\hbar^2 k_h^2}{|2m|} \equiv \frac{\hbar^2 k_{e,2}^2}{|2m|}.$$

$$E_{e1} + E_{e2} + E_h = (E_F + \varepsilon) + (E_F - \varepsilon) + (E_F - \varepsilon) = E_{CP} + E_h$$

Или

$$E_{e1 \rightarrow} + E_{h \leftarrow} = E_{CP}$$

Q: Что было бы если положить для подхваченного электрона $\varepsilon > 0$?

$$E_{e,1} = E_F + \varepsilon = \frac{\hbar^2 k_{e,1}^2}{|2m|}$$

$$E_{e,2} = E_F - \varepsilon = \frac{\hbar^2 k_{e,2}^2}{|2m|}$$

$$E_h = E_F - \varepsilon = \frac{\hbar^2 k_h^2}{|2m|} \equiv \frac{\hbar^2 k_{e,2}^2}{|2m|}.$$

$$E_{e1} + E_{e2} + E_h = (E_F + \varepsilon) + (E_F - \varepsilon) + (E_F - \varepsilon) = E_{CP} + E_h$$

$$E_{e1 \rightarrow} + E_{h \leftarrow} = E_{CP}$$

A:

Один из спаривающихся электронов имеет энергию выше, другой - ниже бывшего уровня Ферми. Благодаря симметричному расположению их энергий уровень пары попадает на бывшее положение уровня Ферми $E_{CP} = E_F$. Все пары должны иметь одинаковую энергию. В противоположном случае, если бы энергия пары сдвигалась на величину ее кин. энергии, то это делали бы все пары и потребовало бы огромной избыточной энергии.

- **(2) Импульс.** Для сохранения импульса $p = mv$ импульс дырки должен быть противоположен импульсу 2го (подхваченного) электрона и это выполняется при разном знаке массы и одинаковой скорости $v_h = v_{2e}$.

Рассмотрим более детально.

Во первых, CP объединяет набегавший электрон (#1) с волновым вектором $k_{e,N,1}$ в N-материале (= $k_{e,S,1}$ в S-материале) со вторым электроном (#2), вытасненным из N-материала.

Для образования пары они должны иметь противоположные импульсы, т.е. $k_{e,N,1} = -k_{e,S,2}$.

Во вторых, поскольку дырка образовалась в процессе подхвата второго электрона, то ее импульс $k_h = -k_{e,S,2}$.

$$E_e = E_h + 2\varepsilon, \text{ где } \varepsilon < \Delta \ll E_F. \text{ Поэтому } |k_{e,N,1}| > |k_h|,$$

малое различие импульсов определяется величиной избыточной энергии ε .

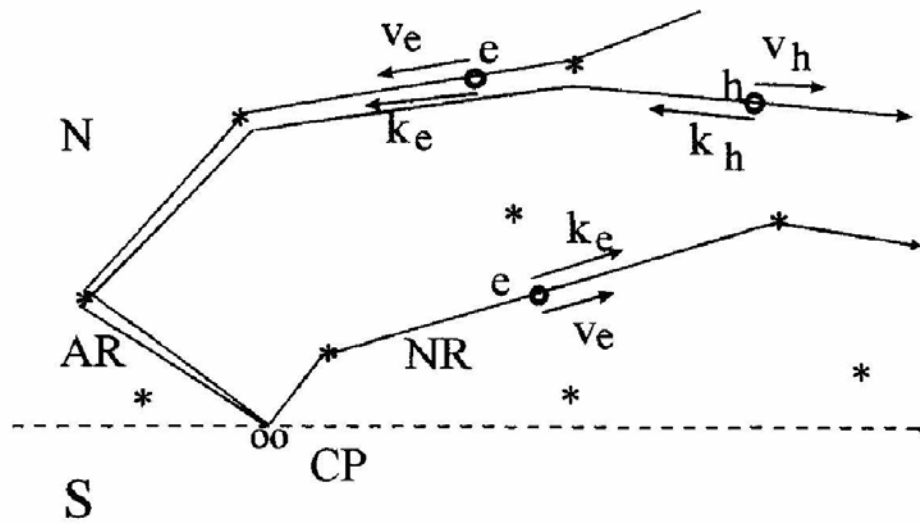
Окончательно, $k_h = -k_{e,N,2} = -k_{e,S,2} \leq k_{e,S,1} = k_{e,N,1} \equiv k_e$

Разность импульсов $\Delta k = k_e - k_h$ отдается Куперовской паре. Из импульсов найдем скорости. Поскольку массы дырки отрицательна, то $v_h \approx -v_e$.

- Заряд.

Заряд падающего электрона ($-e$) должен быть равен сумме зарядов куперовской пары $2(-e)$ и отраженной дырки (e), т.е.:

$$-e = e + 2(-e)$$



9.2.2 Длина фазовой когерентности

Q: Какое расстояние пройдут отраженная назад дырка и падающий электрон находясь в фазе друг с другом?

A: Разность импульсов электрона и дырки можно выразить через отклонение энергии электрона от E_F :

$$\delta k \approx \Delta E / [(\hbar^2/m)k_F]$$

Поскольку разность энергий электрона и дырки $\Delta E = 2\varepsilon$, то

$$\delta k \approx 2\varepsilon m / \hbar^2 k_F = 2\varepsilon / \hbar v_F$$

Отсюда можно найти расстояние, на котором падающий электрон и отраженная назад дырка поддерживают фазовую когерентность, т.е. на каком расстоянии разность фаз электрона и отраженной дырки становится равной $\Delta\phi = \pi$.

$$L = \frac{\pi}{\delta k} = \frac{\hbar v_{F,N}}{4\varepsilon}$$

Для максимальной избыточной энергии $\varepsilon = \Delta$, образуется новая характерная длина ξ_N

$$\xi_{N,c} = \frac{h v_{F,N}}{4\Delta},$$

- длина фазовой когерентности или длиной сбоя фазы на N-S границе.
Эта оценка - для чистого предела !

В диффузном пределе. В процессе упругих столкновений импульс частицы изменяется на случайный угол, поэтому пройденное расстояние будет меньше. Время сбоя фазы сохранится тем же: $\tau_N = \xi_{N,c}/v_F = h/4\Delta$. Отсюда получаем

$$\xi_{N,d} = \sqrt{D\tau_N} = \sqrt{\frac{h}{4\Delta} \frac{v_F l_e}{2}} \approx \sqrt{\xi_{N,c} l_e},$$

9.2.3. Идеальный и неидеальный интерфейсы

Удвоение проводимости через N-S границу по сравнению со случаем N-N - результат для идеального процесса AR с вероятностью 1 преобразования $e \rightarrow h$.

Если $T \neq 1$, то часть падающей волны отражается как $e \rightarrow e$, т.е. в процессе NR. Для M мод в обычном процессе проводимости через границу N-N

$$G_{NN} = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^M T_n$$

По аналогии, для N-S границы

$$G_{NS} = \frac{4e^2}{h} \sum_{n=1}^M \frac{T_n^2}{(2 - T_n)^2}$$

Два предельных случая:

(1) интерфейс идеальный и все $T_n = 1$. Получаем $G_{NS} = 2G_{NN}$, т.е. удвоение проводимости, как и должно быть для идеального интерфейса.

(2) интерфейс N-S сильно неидеален, т.е. $T_n \ll 1$. Тогда

$$G_{NS} = \frac{e^2}{h} \sum T_n^2, \text{ т.е., проводимость сильно подавлена, } G_{NS} \ll G_{NN}.$$

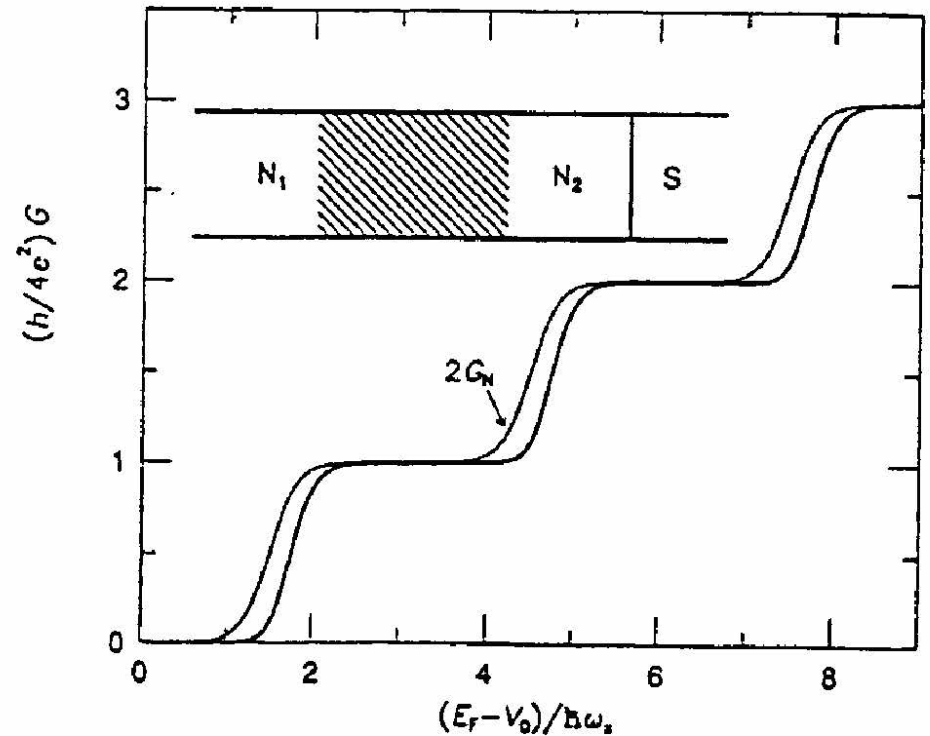
Q: каков физ смысл этого подавления проводимости ?

Q: каков физ смысл этого подавления проводимости ?

A: несколько электронов из разных мод должны одновременно пересечь границу NS

Эксперимент - иллюстрация удвоения проводимости через идеальную NS границу

проводимость системы с баллистическим точечным контактом. Ширина контакта меняется затворным напряжением и отложена по оси X в единицах отношения энергий, как для G_{NN} , так и для G_{NS} . Для всех мод $T_N = 1$.



9.3 Диффузия и интерференционные эффекты

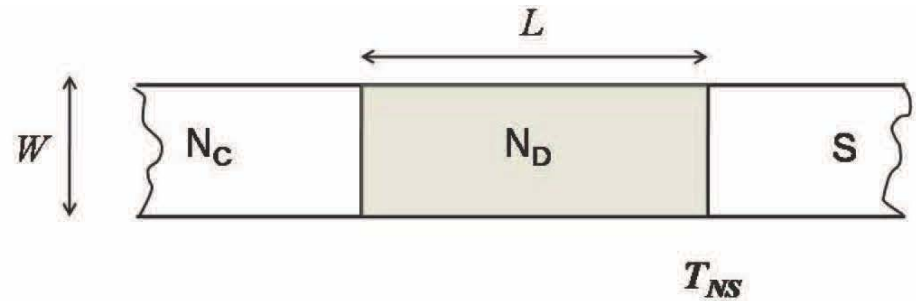
В N-проводниках сбой фазы электрона происходит на длине $l_\phi \gg l_e$.
Эффективное когерентное “рассеяние назад” - причина слабой локализации (WL).

Q: Как выявить слабую локализацию, в экспериментальных данных ?

(1) Усиленная слабая локализация (Enhanced Weak Localization, EWL)

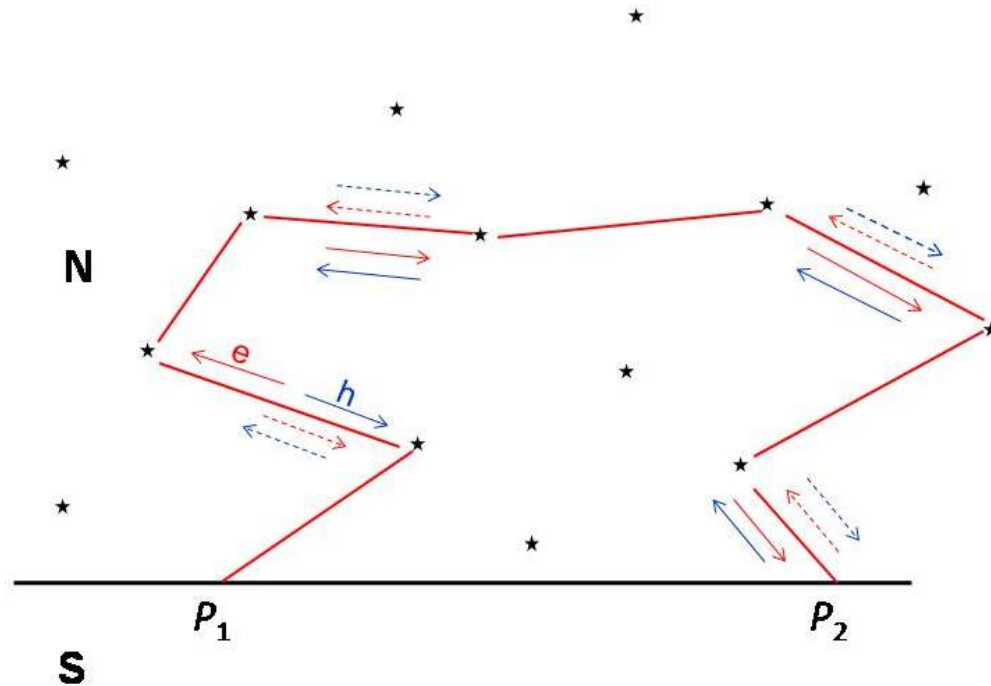
Пусть вначале $T_{NS} \approx 1$ (почти идеальная граница) и длина $L < l_\phi$.

Разупорядоченный проводник N_D длиной $L \gg l_e$, соединенный со сверхпроводником через барьер с коэффициентом прохождения T_{NS}



Электрон набегает на интерфейс по траектории, которая симметрична по $T \rightarrow T$, и его сопровождает AR дырка. Поскольку $L < l_\varphi$, то при движении по траектории сохраняется фазовая когерентность и, т.о., мы должны учитывать WL.

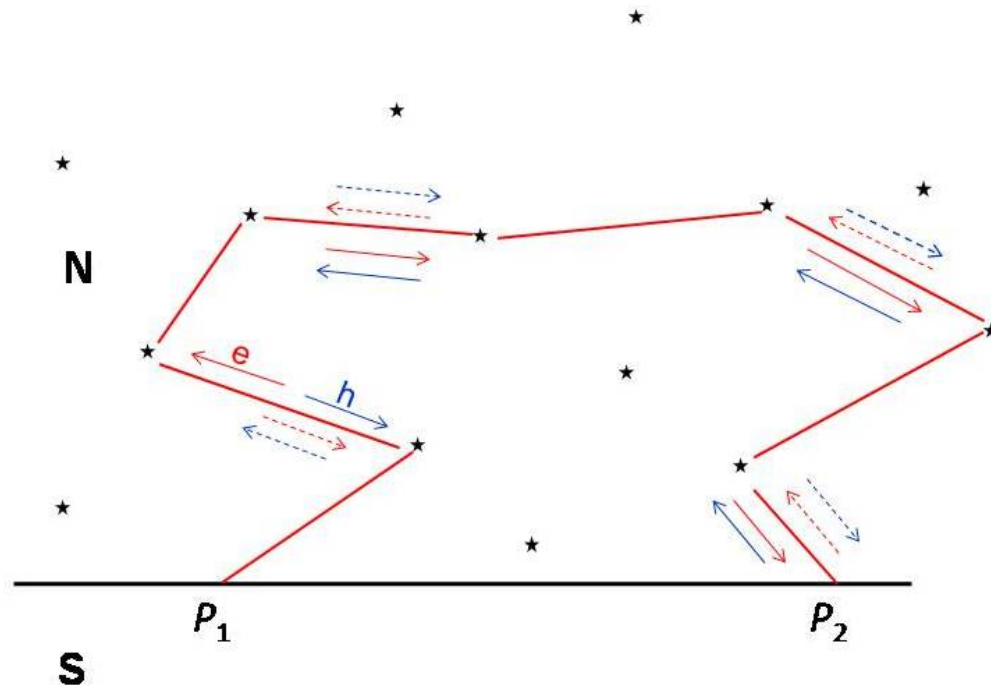
4 способа движения:
 e: CW, CCW
 h: CW, CCW



Если $\varepsilon = 0$, то электрон и дырка имеют равные скорости и остаются все время в фазе. Это приведет к добавочному рассеянию назад.

Электрон набегает на интерфейс по траектории, которая симметрична по $T \rightarrow T$, и его сопровождает AR дырка. Поскольку $L < l_\varphi$, то при движении по траектории сохраняется фазовая когерентность и, т.о., мы должны учитывать WL.

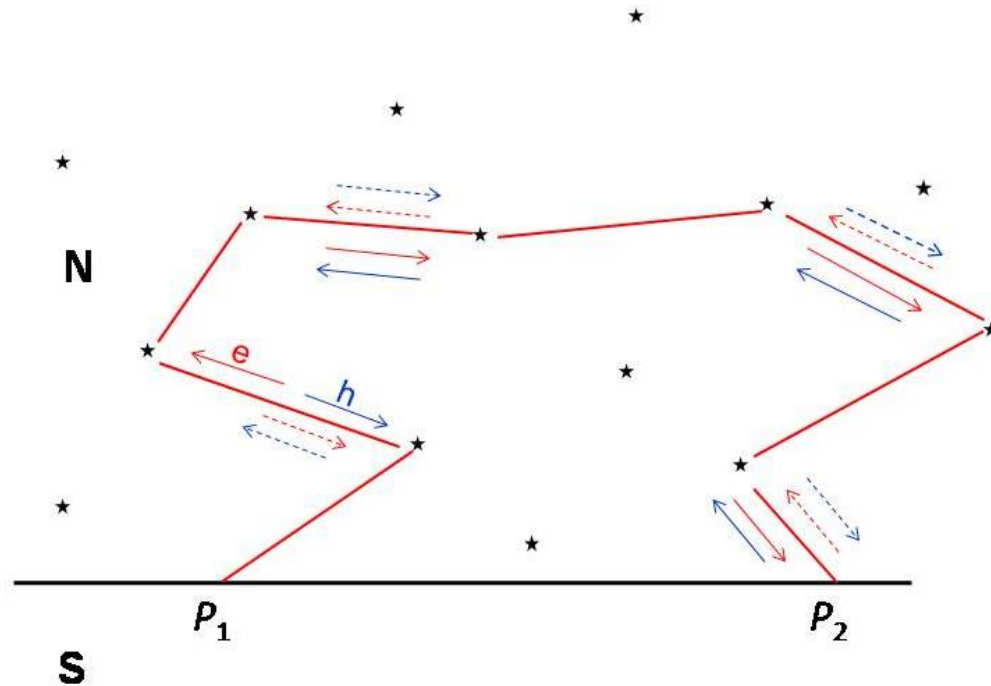
4 способа движения:
e: CW, CCW
h: CW, CCW



Q: как выявить присутствие EWL ?

Электрон набегает на интерфейс по траектории, которая симметрична по $T \rightarrow T$, и его сопровождает AR дырка. Поскольку $L < l_\phi$, то при движении по траектории сохраняется фазовая когерентность и, т.о., мы должны учитывать WL.

4 способа движения:
 e: CW, CCW
 h: CW, CCW



A: приложив магнитное поле или увеличив приложенное напряжение (увеличив ε) – сравни с обычной WL !

Какое напряжение V_c нужно приложить, чтобы нарушить электронно-дырочную симметрию, т.е. подавить EWL ?

Если электрон (или дырка) за время τ_ϕ продвигается на $l_\phi = (D\tau_\phi)^{1/2}$, то он проходит при этом полный путь $L_{\text{path}} = \tau_\phi v_F$. Подставляя $\varepsilon = eV_c$ в формулу

$$\delta k \approx \frac{\cancel{2}\varepsilon m}{\hbar^2 k_F} = \frac{\cancel{2}\varepsilon}{\hbar v_F}$$

Если использовать критерий полного подавления интерференции

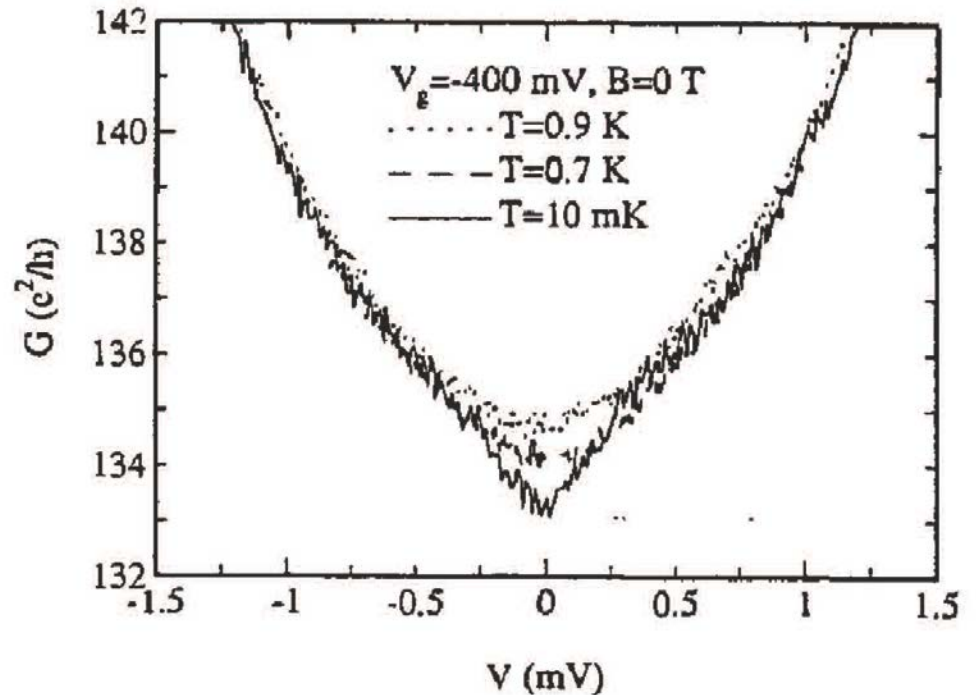
$$\delta k L_{\text{path}} \sim \pi,$$

получаем

$$eV_c \approx \frac{\hbar v_F \pi}{L_{\text{path}}} = \frac{h}{2\tau_\phi} = \frac{hD}{2l_\phi^2}$$

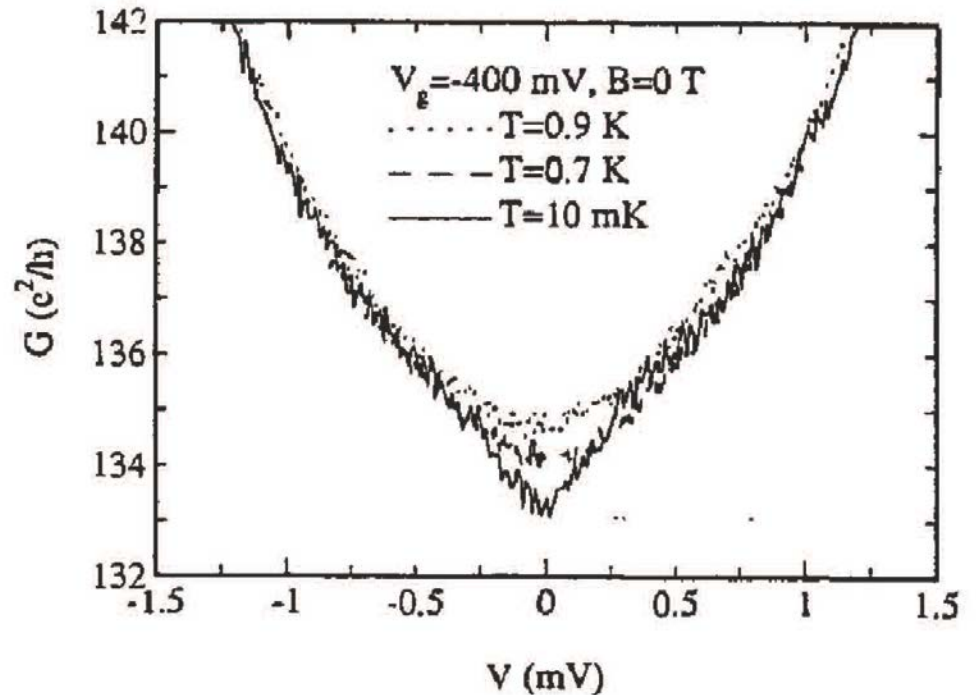
чем чище N металл, тем больше τ_ϕ и тем меньшее приложенное напряжение подавляет EWL.

EWL в контакте Sn к 2DEG (GaAs-AlGaAs). Сплошная кривая - $T = 10\text{mK}$ и нулевое магнитное поле. При повышении T и тянущего напряжения EWL подавлена



Как сделан такой N-S контакт: диффузией Sn в гетероструктуру, с 2DEG. Диффузия ведет к локальному допированию Sn-атомами (валентность 4), замещающими в GaAs-слое Ga атомы с валентностью 3. Т.о. контакт S-N сильно разупорядочен. Однако, фермиевские векторы в N и S отличаются не намного и **коэффициент прохождения границы близок к 1.**

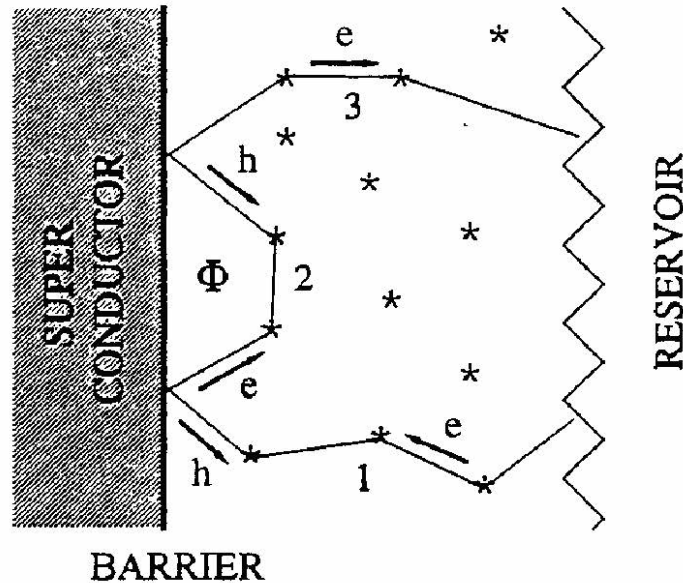
EWL в контакте Sn к 2DEG (GaAs-AlGaAs). Сплошная кривая - $T = 10\text{mK}$ и нулевое магнитное поле. При повышении T и тянущего напряжения EWL подавлена



При $T < T_c(\text{Sn}) = 3.5\text{K}$ на вольт-амперной характеристике появляется широкий плавный провал, связанный с формированием щели (т.е. подавлением DOS на уровне Ферми). Помимо этого классического провала при понижении $T < 0.7\text{K}$ появляется узкий провал при малых тянущих напряжениях. Этот провал исчезает при повышении тянущего напряжения, что является признаком проявления EWL, и отличает его от туннельного провала.

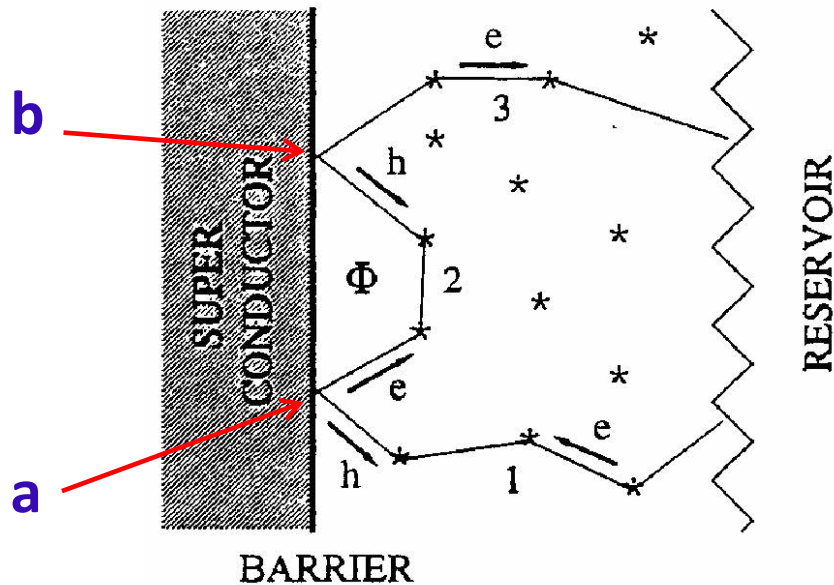
9.4 (2) Безотражательное туннелирование (Reflectionless Tunneling, RT)

Пусть теперь граница плохая, т.е. **прозрачность барьера мала, $T_{NS} \ll 1$** . Набегающий электрон имеет большую вероятность отразиться как обычный электрон, снова возвращаясь в область N.



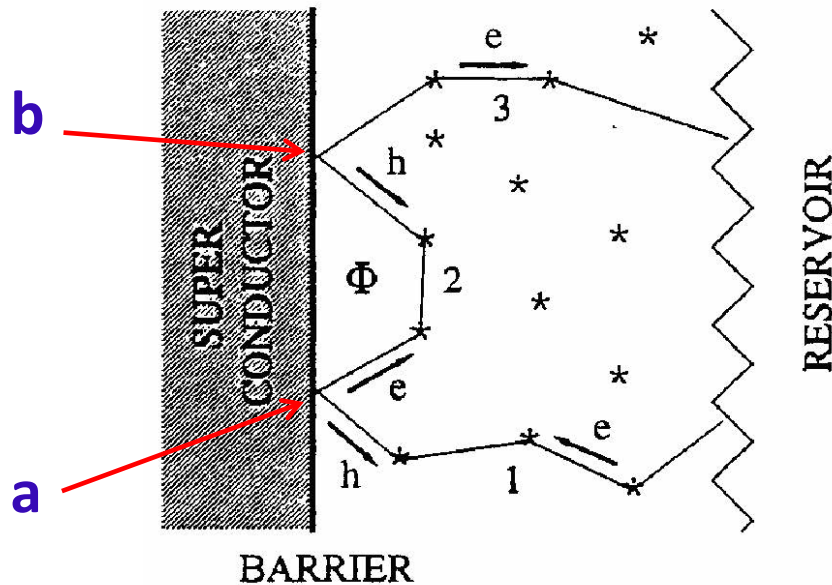
В случае контактов двух нормальных металлов мы бы имели малую проводимость $G_{NN} \sim \Sigma T_n^2$

9.4 (2) Безотражательное туннелирование (Reflectionless Tunneling, RT) $T_{NS} \ll 1$.



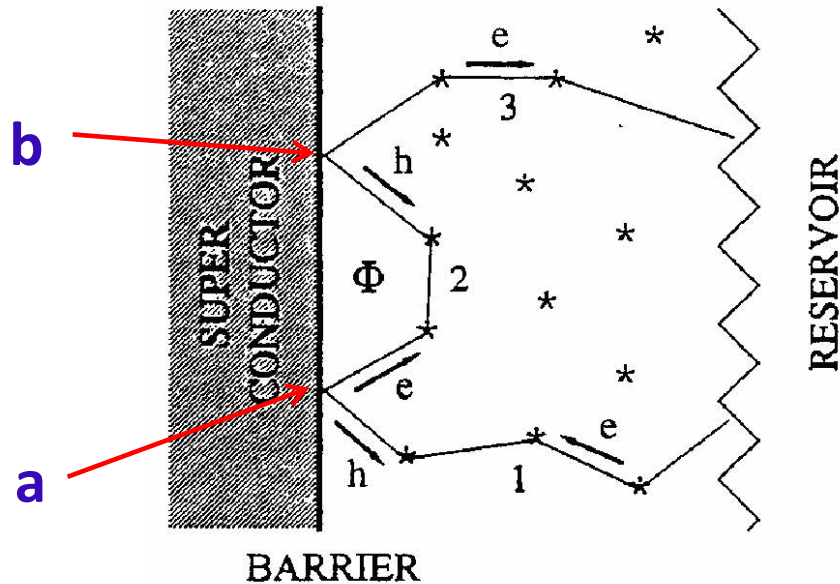
Пусть $L \gg l_e$, то электрон претерпевает много упругих актов рассеяния, поэтому у него есть заметная вероятность вернуться снова к поверхности.

9.4 (2) Безотражательное туннелирование (Reflectionless Tunneling, RT) $T_{NS} \ll 1$.



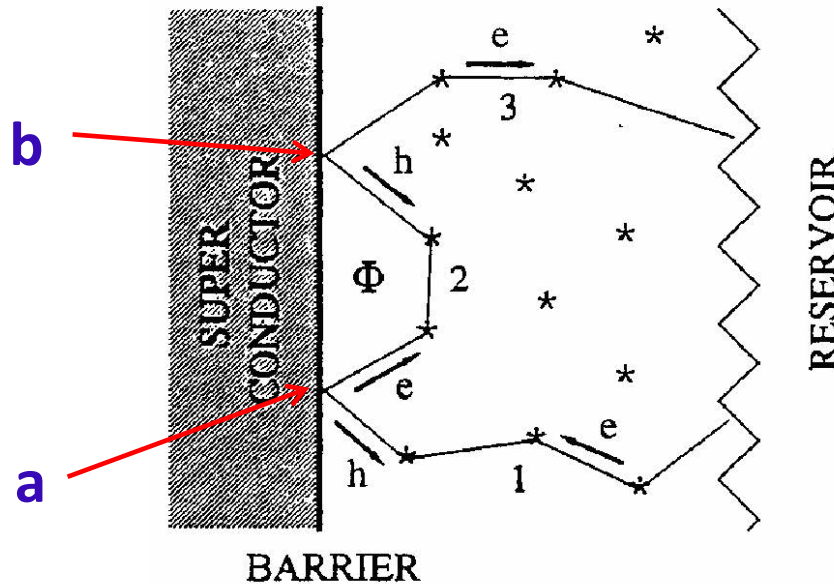
электрон набегает в точке *a* на поверхность по пути 1. Основная часть волны отражается как *e* и продолжает двигаться по пути 2. Однако, частично происходит AR и *h* идет назад по пути 1. Двигаясь внутри N электрон испытывает ряд упругих столкновений и снова попадает на поверхность N-S в точке *b*. И т.д.

9.4 (2) Безотражательное туннелирование (Reflectionless Tunneling, RT) $T_{NS} \ll 1$.



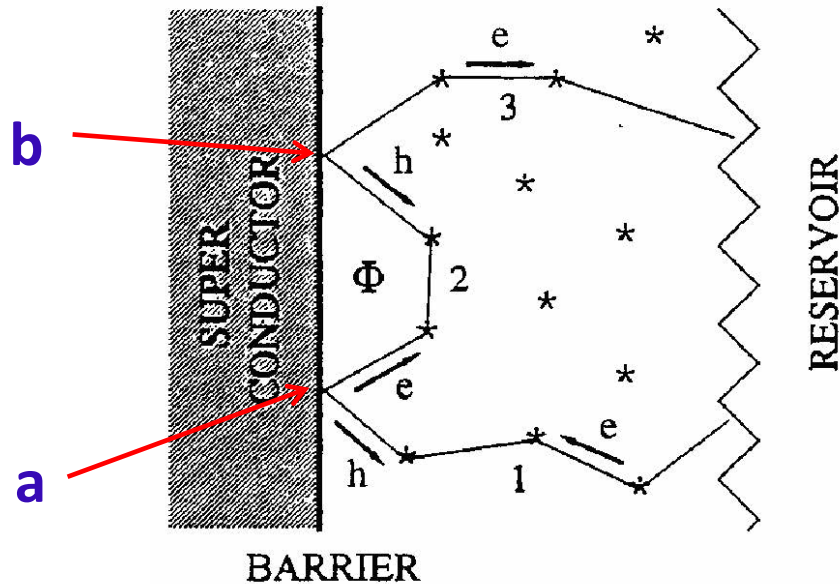
Полная дырочная волна равна сумме AR-дырки, отразившейся изначально в точке a и второго вклада от AR-дырки образовавшейся в точке b и нормально отраженной в точке a на обратном пути. Но в сверхпроводнике между точками a и b разность фаз равна нулю, то и в нормально металле разность фаз между ER-отраженными дырками в точках a и b равна нулю. Значит, набег фазы отраженного в точке a электрона на пути ab точно противоположен набегу фазы AR-отраженной дырки пришедшей из точки b в точку a .

9.4 (2) Безотражательное туннелирование (Reflectionless Tunneling, RT) $T_{NS} \ll 1$.

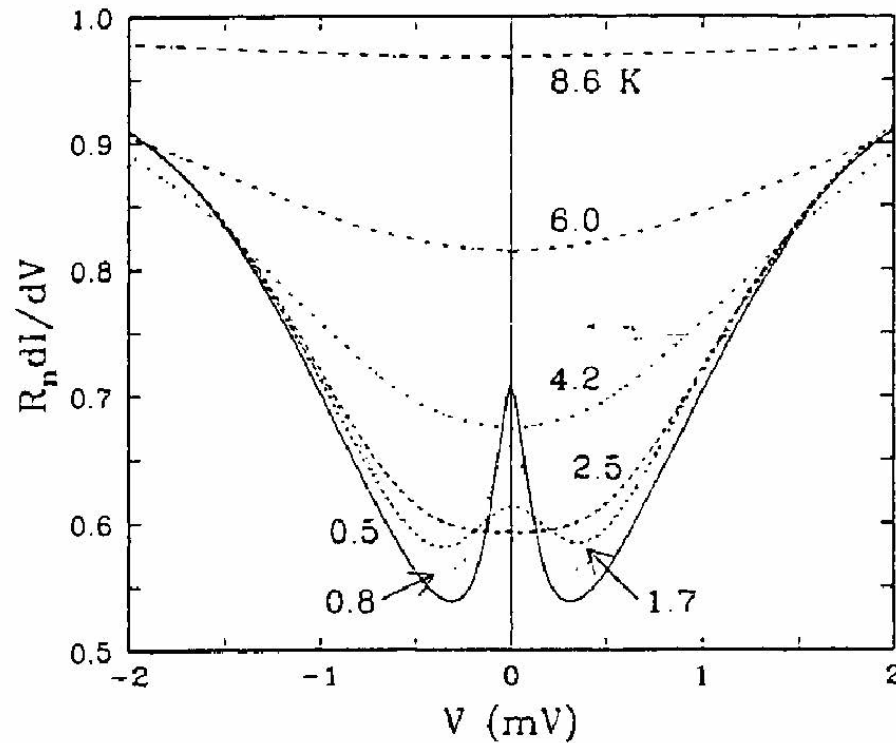


Если изначальный падающий электрон не имел избыточной энергии ($\epsilon = 0$), то все эти волны имеют одинаковый волновой вектор и обе дырки точно когерентны. Значит дырочная волна усилилась и, следовательно AR отражение усилено. Усиление AR отражения означает одновременно усиление прохождения через барьер и увеличение проводимости G_{NS} через границу, по сравнению с его классическим значением. Это явление называется “безотражательным туннелированием” (RT),

9.4 (2) Безотражательное туннелирование (Reflectionless Tunneling, RT) $T_{NS} \ll 1$.



Электроны не сразу улетают от границы, а роятся вблизи нее как осы и медленно диффундируют. При этом они многократно испытывают отражение от S-N границы, что и увеличивает эффективный коэффициент прохождения. Этот результат основан на сохранении фазовой когерентности электронов и AR-дырок в течение длительного времени. При повышении температуры эта когерентность нарушается и проводимость N-S контакта будет падать, приближаясь к значению G_{NN} .



Это – сильный эффект, приводящий к большому изменению проводимости контакта ~ 1 . На фоне него интерференционные эффекты ($\sim e^2/h$) пренебрежимо малы.

9.3 Диффузия и интерференционные эффекты

В N-проводниках сбой фазы электрона происходит на длине $l_\phi \gg l_e$.
Эффективное когерентное “рассеяние назад” - причина слабой локализации (WL).

Q: Как выявить слабую локализацию, в экспериментальных данных ?

9.3 Диффузия и интерференционные эффекты

В N-проводниках сбой фазы электрона происходит на длине $l_\phi \gg l_e$.
Эффективное когерентное “рассеяние назад” - причина слабой локализации (WL).

Q: Как выявить слабую локализацию, в экспериментальных данных ?

A: Приложить слабое перпендикулярное магнитное поле

$$B_c \sim \Phi_0 / l_\phi^2 = hc / el_\phi^2$$

и искать изменение проводимости $\sim e^2/h$

9.4.1 Сводка всех предыдущих результатов

- В туннельных переходах N-I-S дифференциальная проводимость через границу SN уменьшается при понижении температуры ниже T_c и при малых смещениях - за счет уменьшения плотности нормальных состояний на уровне Ферми в СП.

Q: какие характерные признаки туннельной проводимости ?

Q: какие характерные признаки режима AR?

9.4.1 Сводка всех предыдущих результатов

- В туннельных переходах N-I-S дифференциальная проводимость через границу SN уменьшается при понижении температуры ниже T_c и при малых смещениях - за счет уменьшения плотности нормальных состояний на уровне Ферми в СП.

Q: какие характерные признаки туннельной проводимости ?

A: В туннельных переходах N-S проводимость подавлена вплоть до приложенного напряжения $\sim \pm 2\Delta$. В нетуннельных переходах N-S, при $T \ll T_c$ и при малых напряжениях смещения развивается Андреевское отражение.

Q: какие характерные признаки режима AR?

9.4.1 Сводка всех предыдущих результатов

- В туннельных переходах N-I-S дифференциальная проводимость через границу SN уменьшается при понижении температуры ниже T_c и при малых смещениях - за счет уменьшения плотности нормальных состояний на уровне Ферми в СП.

Q: какие характерные признаки туннельной проводимости ?

A: В туннельных переходах N-S проводимость подавлена вплоть до приложенного напряжения $\sim \pm 2\Delta$. В нетуннельных переходах N-S, при $T \ll T_c$ и при малых напряжениях смещения развивается Андреевское отражение.

Q: какие характерные признаки режима AR?

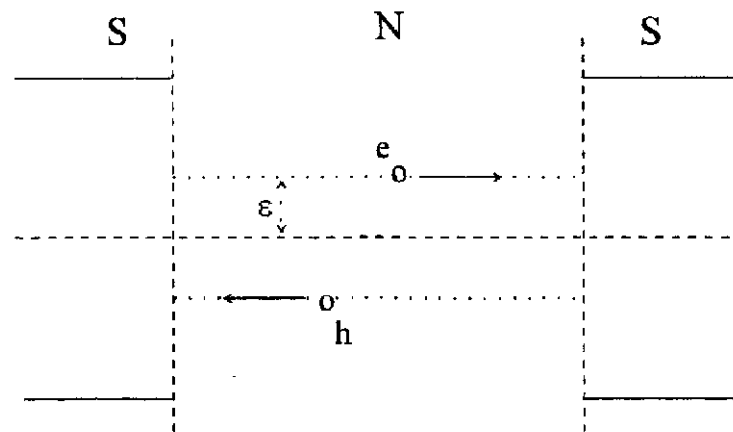
A: В баллистическом режиме идеальное AR N-материала (одна мода, полное прохождение границы $T_b = 1$) удваивает проводимость N-S границы по сравнению с той же (N-N) границей при $T > T_c$

- В баллистическом режиме в мезоскопических многомодовых N-S переходах возникают два предельных случая. При $T_{NS} \approx 1$ меняя число мод можно наблюдать удвоенные по амплитуде ступени квантования проводимости
- В баллистическом режиме в другом предельном случае $T_{NS} \ll 1$ в многомодовых N-S переходах проводимость границы становится $\propto T_b^2$, т.е. намного меньше, чем для N-N состояния, $G_{NS} \ll G_{NN}$.
- В дифф. пределе в разупорядоченном N-проводнике при идеальном прохождении через границу $T_b = 1$, возникает EWL - уменьшение проводимости за счет слабой локализации, но не на e^2/h , а на $2e^2/h$. EWL, в отличие от WL, подавляется не только полем, но и приложенным напряжением.
- В дифф. пределе в разупорядоченном N-проводнике при малом коэффициенте прохождения $T_b \ll 1$, на фоне сильно подавленной проводимости $T \propto T_b^2$, при малых напряжениях смещения возникает резкое усиление проводимости (ZBA) за счет конструктивного когерентного сложения амплитуд электронных и дырочных волн. Оно намного больше интерференционных эффектов и подавляется только напряжением смещения. ZBA также подавляется при повышении температуры (все еще при $T \ll T_c$) за счет уменьшения времени фазовой когерентности.

9.5 Многократное когерентное AR

Добавим второй интерфейс.

Будем рассматривать 1D-баллистический режим транспорта в N-металле между двумя близко расположенными S берегами. В условиях когда расстояние между S берегами достаточно мало, через N-металл может течь бездиссипативный суперток, величина которого зависит от разности фаз между двумя сверхпроводниками.



- во-первых произошел перенос одной куперовской пары из S1 в S2,
- во-вторых, возникло периодически повторяющееся и ограниченное в пространстве движение, которое приводит к квантованию уровней энергии. Т.о., возникает граничное состояние с собственными уровнями энергии ϵ_M .