

Глава 12

Кулоновское взаимодействие и зарядовые эффекты в наноструктурах

План

- 7.1 Введение
- 7.2 Зарядовые эффекты в структурах в нормальном состоянии
- 7.3 Зарядовые эффекты в сверхпроводящих структурах
- Эксперимент
- Литература

12.1 Введение

В предыдущих разделах мы почти всюду пренебрегали кулоновским взаимодействием между электронами, (несмотря на то что они заряжены). В металлических системах большого размера это приближение прекрасно выполняется и позволяет применять приближение электронного газа и закон Ома. Однако, в задаче о прыжковой проводимости в сильно легированном полупроводнике при учете кулоновской щели проводимость радикально изменяется. В малых системах, которые рассматриваются в данной главе, это приближение не заряженных (не взаимодействующих) электронов не выполняется и энергия кулоновского взаимодействия играет определяющую роль.

12.2 Эффекты заряда в нормальных (несверхпроводящих) системах

Из электродинамики известно, что заряд объекта Q и его электростатический потенциал φ относительно бесконечности связаны линейно, $C = Q/\varphi$. Связанная с этим зарядом электростатическая энергия $E = Q^2/2C$. Если не учитывать диэлектрическую постоянную среды, то емкость объекта определяется его размерами и формой. Простые примеры: емкость заряженной сферы радиуса r равна:

$$C_{\text{sphere}} = r.$$

Емкость двумерного диска:

$$C_{\text{disk}} = 2r/\pi.$$

12.2. Эффекты заряда в нормальных (несверхпроводящих) системах 3

Емкость диска, расположенного вблизи плоскости на расстоянии a от нее;

$$C_{\text{disc-plate}} = r^2/4a. \quad (12.1)$$

Во всех случаях $C \approx r$ и, следовательно, уменьшается при уменьшении размера системы.

Емкость имеет размерность длины. В абсолютной (Гауссовой) системе единиц, которой мы придерживаемся, единица емкости есть 1см.

Q: Каково соотношение между единицами емкости в абсолютной системе и в SI ?

12.2.1 Условия для одноэлектронного процесса зарядки

Поскольку заряд квантуется с квантом заряда $|e|$, то электростатическая энергия, связанная с этим минимальным зарядом равна

$$E_C = e^2/2C. \quad (12.2)$$

Q: рассмотрим процесс заряда конденсатора от батарейки с напряжением V . В результате процесса заряда батарейка совершает работу $V \int I dt = VQ = Q^2/C$. Конденсатор зарядился и приобрел электростатическую энергию $Q^2/2C$. Куда делась половина работы, которую совершила батарейка?

Ясно, что при уменьшении размера объекта, растет электростатическая энергия зарядки и когда она превысит другие характерные энергии, нам не только придется отказаться от

ее игнорирования, но надо будет ее учитывать в первую очередь. Первое, с чем надо сравнивать - это тепловая энергия kT . Т.о., для того, чтобы изучать соответствующие эффекты, нужны низкие температуры

$$kT \ll E_C. \quad (12.3)$$

Исследуемый объект (структура) не может оставаться изолированной, нужно к нему приделать выводы. Три часто используемых способа изображены на рис. 12.1. Пока без аргумен-

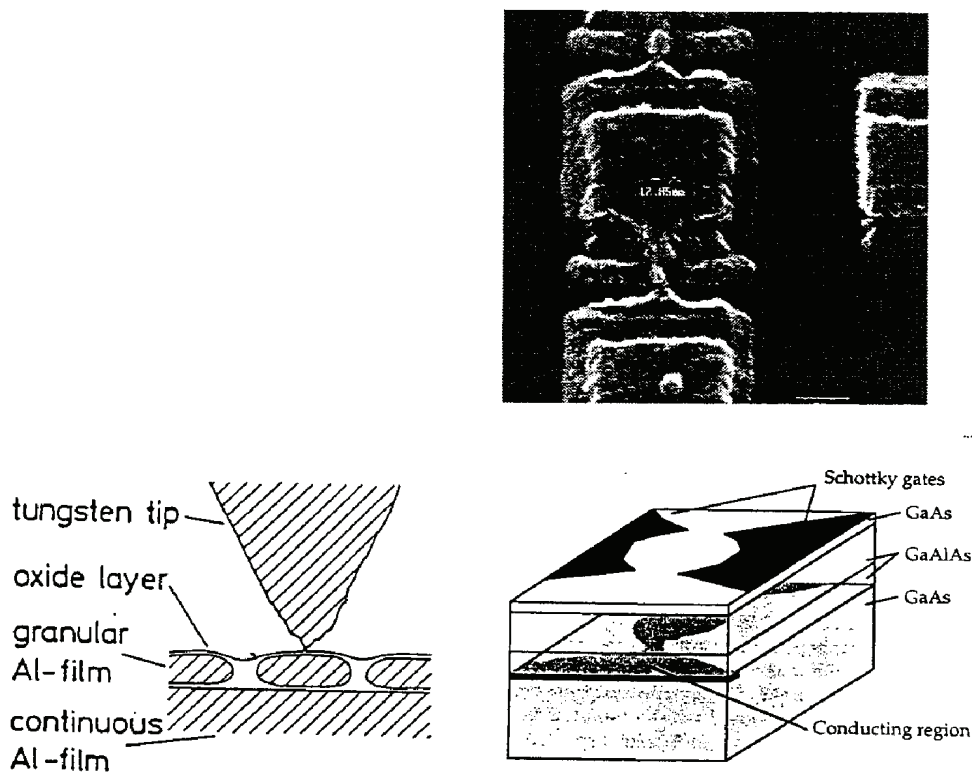


Рис. 12.1: Три типа часто используемых схем для изучения эффектов зарядки

12.2. Эффекты заряда в нормальных (несверхпроводящих) системах 5

тирования скажем, что выводы (подводы) к структуре должны иметь большое сопротивление (позже выясним, почему так). На рис. 12.1а приведена планарная схема с разделением по “вертикали” островка и отводов. В ней напылен металлический островок малого размера. Затем поверх него нанесен очень тонкий слой изолятора (несколько монослоев), а затем поверх него - металлические пленочные полоски выводов. В результате получается высокое сопротивление между выводами и островком. Типичный размер туннельного барьера $100 \times 100 \text{ нм}^2$ и его емкость 1 фФ (т.е. 10^{-15} Ф). Центральный островок имеет размеры $1000 \times 100 \text{ нм}$ и его собственная емкость равна 0.1 фФ . Второй пример устройства показан на рис. 12.1б; в нем игла туннельного микроскопа близко подведена к металлической глобуле, погруженной в изолирующую матрицу, нанесенную поверх проводящей подложки. Это одна из геометрий, которые мы рассматривали ранее в разделе про микроконтактную спектроскопию N-I-S. При размере глобулы $\sim 10 \text{ нм}$ она имеет емкость порядка 10^{-18} Ф . Из-за диэлектрической постоянной подложки и близости проводящей подложки емкость глобулы получается больше. Наконец, на рис. 12.1в показана планарная структура на поверхности полупроводниковой гетероструктуры.

Q: Оценить при какой температуре зарядовые эффекты в глобуле размером 10 нм станут важны.

12.2.2 Требования к выводам

В макроскопическом куске металла электроны распространяются подобно жидкости и мы не задумываемся о дискретности их числа или дискретности заряда. Из-за протяженности волновых функций свободных электронов вопрос об их точном числе не имеет смысла. Для того, чтобы изучать эффекты, зависящие от числа электронов, надо изучаемый объект слабо связать с окружением (выводами). Рис.12.2 показывает схему такого островка с емкостью C_{tot} , слабо связанного с окружением с помощью выводов с большим сопротивлением R_1 и R_2 . Для того чтобы принести из бесконечности и положить на островок один электрон требуется энергия E_C . Для того, чтобы заряд островка был хорошо определен, нужно чтобы время разряда его емкости было велико. Точнее говоря, с точки зрения квантовой механики, нужно, чтобы квантовая неопределенность энергии островка (из-за утечки) была мала по сравнению с E_C .

Время разряда емкости равно

$$\tau_{RC} = C_{\text{tot}}R_{12} = C_{\text{tot}}/G_{12}, \quad (12.4)$$

где $G_{12} = G_1 + G_2 = 1/R_1 + 1/R_2$. Неопределенность энергии, связанная с этим временем равна

$$\delta E = \hbar/\tau_{RC}. \quad (12.5)$$

Т.о., для того чтобы заряд был хорошо определен и локализован на островке нужно чтобы

$$E_C = e^2/2C_{\text{tot}} > \delta E. \quad (12.6)$$

Объединяя две последние формулы получаем условие для сла-

12.2. Эффекты заряда в нормальных (несверхпроводящих) системах 7

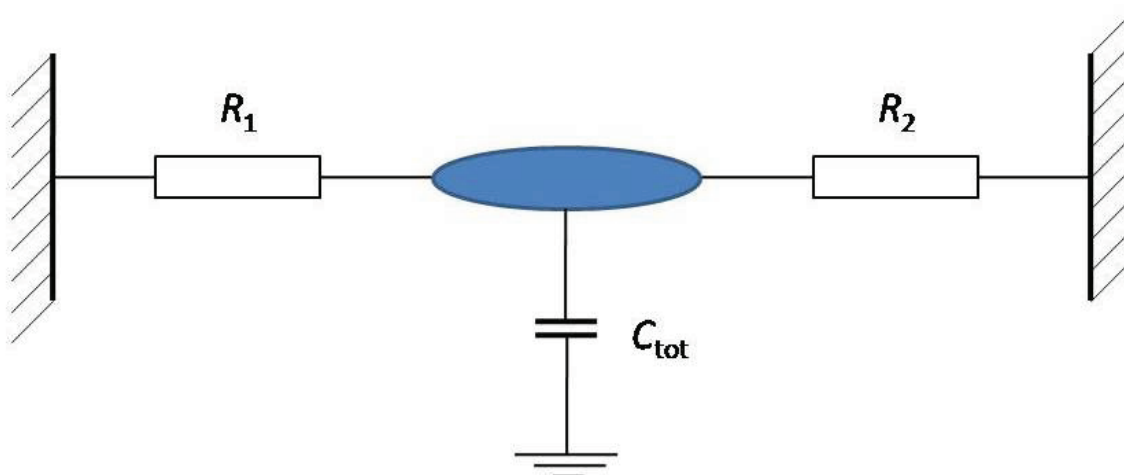


Рис. 12.2: Схематическое представление одноэлектронной зарядовой ячейки. Центральный островок с емкостью C_{tot} связан с электронными резервуарами через большие сопротивления R_1 и R_2 .

бой утечки заряда с островка

$$G_{12} < e^2/2\hbar = \pi e^2/h \quad (12.7)$$

Это можно рассматривать как второе условие для проявления эффектов одноэлектронной зарядки. В терминах баллистического транспорта через туннельный барьер это условие означает слабую прозрачность барьера $T < 1$. Другими словами квантовые флуктуации заряда на островке через туннельные барьеры должна быть меньше самого заряда $|e|$.

12.2.3 Туннелирование электрона через одиночный туннельный барьер и эффекты одноэлектронной зарядки

Рис. 12.3 изображает одиночный туннельный барьер, т.е. повышение потенциальной энергии в области $x = (0 - d)$ между двумя выводами. Если кин. энергия электрона в резервуарах (т.е. энергия Ферми) меньше пот. энергии барьера, то классический электрон локализован на островке и никуда с него не уйдет. Прохождение возможно только путем туннелирования. Введем частоту туннелирования Γ - число туннельных событий в единицу времени. Γ надо вычислить исходя из Гамильтониана системы, состоящей из двух резервуаров и туннельного барьера. Предположим, что связь между резервуарами слабая. Тогда $H = H_1 + H_2 + H_t$, где $H_{1,2}$ - гамильтонианы резервуаров, вычисленные в предположении, что они не связаны, а H_t описывает обмен электронами посредством туннелирования.

Вероятность прохождения или частота туннелирования из начального (i) в конечное (f) состояние можно найти из золотого правила Ферми:

$$\Gamma(i \rightarrow f) = \frac{2\pi}{\hbar} | \langle \Psi_1 | H_t | \Psi_2 \rangle |^2 \delta(E_i - E_f) \quad (12.8)$$

δ -функция обеспечивает сохранение энергии (т.е. упругое, бездиссипативное туннелирование). Ток возникающий из этого туннелирования просто равен $|e|\Gamma$.

(Убедиться в правильности этого из соображений размерности!!)

Туннельный матричный элемент $t_{i,j} = \langle \Psi_1 | H_t | \Psi_2 \rangle$ описывает перекрытие между волновыми функциями до и после туннелирования и т.о. представляет коэффициент прохождения через барьер при энергии $E_i = E_F$. Еще раз: мы предполо-

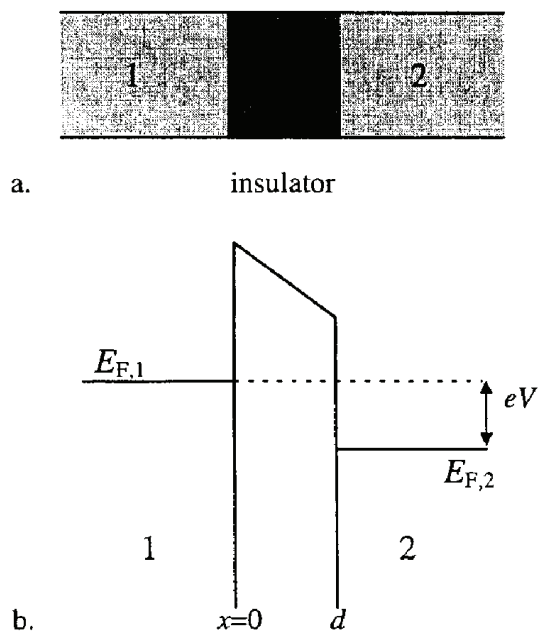


Рис. 12.3: а) Туннельный барьер, заключенный между двумя металлическими резервуарами 1 и 2. б) Профиль изменения энергии по длине структуры $E(x)$ между резервуарами 1 и 2. Напряжение смещения V , приложенное между резервуарами 1 и 2, приводит к смещению их уровней Ферми относительно друг друга на величину eV .

жили что связь между резервуарами настолько слаба, что туннелирование не меняет волновой функции электронов в резервуарах. Кроме того, наше выражение описывает вероятность прохождения одной частицы в одну сторону, без учета возможности пойти назад. Это выражение описывает переход между каждой (но одной парой) состояний i и f .

Для вычисления полной вероятности по всему ансамблю, надо умножить (12.8) на плотность заполненных состояний в резервуаре 1 $\rho_1 f(E)$ и плотность пустых состояний в резерву-

аре 2 $\rho_2(1 - f(E'))$. Значок ' означает, что состояния в резервуарах могут быть раздвинуты по энергии напряжением смещения. Это смещение может быть как от внешнего источника, так и от заряда в структуре. Теперь полная скорость туннелирования из резервуара 1 в резервуар 2 равна:

$$\Gamma_{1,2} = \frac{2\pi}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} |t_{1,2}|^2 \rho(E-E_1) f(E-E_1) \rho_2(E-E_2) [1-f(E-E_2)] dE \quad (12.9)$$

Если $|E_1 - E_2| \ll E_F$, то это можно упростить

$$\Gamma_{1,2} = \frac{\Delta U}{e^2} G_t \frac{1}{1 - \exp(-\Delta U/kT)} \quad (12.10)$$

Здесь $G_t = (2e^2/h)\rho_1\rho_2|t_{1,2}|^2$ - кондактанс туннельного барьера, $\Delta U = E_1 - E_2$. Это выражение можно сравнить с более простым для баллистического транспорта $G = e^2/hN_{ch}$, в котором N_{ch} - было число полностью проходящих каналов, т.е. для которых $|t_{1,2}|^2 = 1$. Оговоримся еще раз, что уравнение 12.10 справедливо только для случая слабой связи, т.е. $G_t \ll e^2/h$ и в пределе низких температур $kT \rightarrow 0$. При $T = 0$ это выражение можно совсем упростить

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{-\Delta U}{e^2} G_t & \Delta U < 0, \\ \Gamma &= 0 & \Delta U > 0 \end{aligned} \quad (12.11)$$

На практике делают два типа туннельных барьеров: в металлических системах оксидный барьер имеет высоту несколько eV , в результате, как вероятность прохождения, так и кондактанс не зависят от напряжения смещения, которое составляет $\sim meV$. В полупроводниковых структурах, напротив, барьер создается напряжением затвора ($\sim 10 - 100meV$) и возникает сильная зависимость от напряжения смещения V .

12.2. Эффекты заряда в нормальных (несверхпроводящих) системах 11

Рассмотрим снова переход (барьер) Рис.12.3 настолько малого размера, что его энергия зависит от емкости.

Подсоединим к переходу источник тока с бесконечно большим внутренним сопротивлением R_s , как изображено на рис.12.4. Таким путем мы заставим течь заданный ток I , независимо от того, что в барьере происходит. Если туннелирует одиночный электрон, то заряд изменится от Q до $Q - |e|$. Электростатическая энергия соответственно изменится от $U_{initial}$ до события туннелирования к U_{final} - после.

$$\Delta U = U_{final} - U_{initial} = \frac{(Q - |e|)^2}{2C} - \frac{(Q)^2}{2C} = -\frac{|e|}{C} \left(Q - \frac{|e|}{2} \right) \quad (12.12)$$

При $T = 0$ туннелирование (в обозначениях Рис. 12.3) произойдет только при $\Delta V < 0$ и это условие дает

$$Q > |e|/2, \quad V \equiv Q/C > |e|/2C \quad (12.13)$$

Если у нас идеальный туннельный барьер и $R_t = \infty$, то ток будет равен 0 вплоть до $V = |e|/2C$, как изображено на рисунке. Что происходит во времени - это рост напряжения заряда на конденсаторе - островке.

На следующем рисунке показано развитие событий во времени при приложении к нашему устройству источника постоянного тока I . Заряд осциллирует при туннелировании каждого одиночного электрона. Заряд вначале нарастает как $Q = It|e|$ и далее осциллирует от $-e/2$ до $+e/2$. Заметим, что полярность напряжения при этом процессе меняет знак, несмотря на то, что ток постоянен - это нетривиальное свойство нашей системы, несколько контринтуитивно! (Можно вспомнить про классический аналог - индуктивность в электрической цепи). Частота SET осцилляций равна $f_{SET} = 1/\Delta t = I/e$.

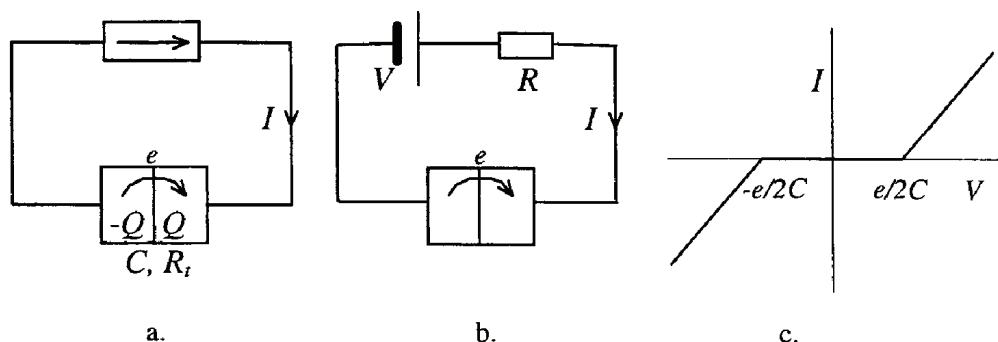


Рис. 12.4: а) Туннельный переход с емкостью C и туннельным сопротивлением R_1 , соединенный с источником тока. б) Эквивалентная схема, в которой источник тока заменен источником напряжения с последовательно включенным большим сопротивлением R . в) Типичная форма вольт-амперной характеристики, демонстрирующая подавление тока при малых напряжениях вследствие кулоновской блокады.

В реальном одноэлектронном устройстве имеется конечная утечка через конечное (а не бесконечное) сопротивление утечки и соответствующее время утечки RC . Поэтому действительный момент переключения флуктуирует от события к событию. Эти флуктуации чисто случайные, как показано на рисунке (12.5). Поэтому Фурье спектр SET осцилляций будет иметь уширенный пик.

Смысл показанного осциллирующего эффекта состоит в том, что движение электронов становится коррелированным (электроны туннелируют строго последовательно, один за другим), в отличие от полностью случайного движения в 3D и 2D системах.

Рассмотрим теперь то же одноэлектронное устройство, но подключенное к источнику напряжения, а не источнику тока.

12.2. Эффекты заряда в нормальных (несверхпроводящих) системах 13

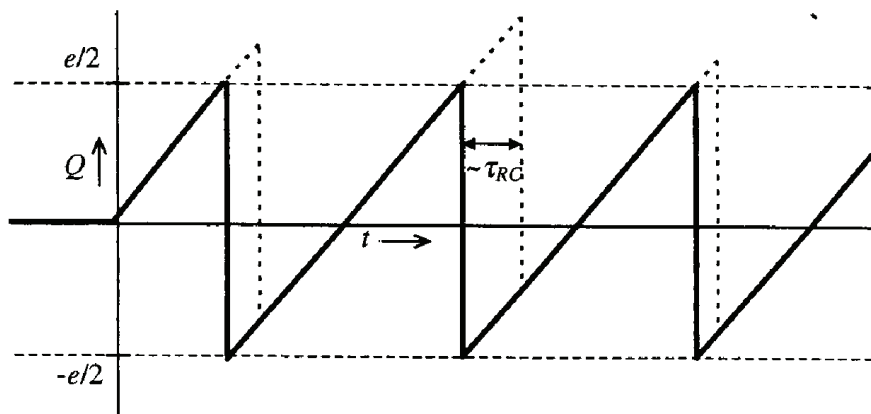


Рис. 12.5: Временная зависимость заряда на туннельном переходе при осцилляциях одноэлектронного туннелирования (SET). Штриховые линии показывают условия для туннелирования при $\Delta V = 0$ и сплошная линия - это идеальная пилообразная кривая, отвечающая этим условиям. В действительности, события туннелирования запаздывают по времени статистически, со средним временем запаздывания τ_{RC}

В идеальном источнике напряжения выходное сопротивление $R = 0$ и поэтому напряжение на туннельном переходе строго фиксировано и равно напряжению источника. Также фиксирован будет и заряд на островке $Q = CV$. Ток через туннельный промежуток, поэтому будет в каждый момент времени соответствовать этому напряжению, и SET осцилляции тока будут подавлены !

Замечание: Для возникновения осцилляций тока нужно не только большое сопротивление подводов (или источника тока), но и малая паразитная емкость этих резисторов. Малая емкость означает малые размеры. На практике требуется со-

противление резисторов $\sim h/e^2 \approx 25\text{кОм}$ при их размерах $\leq 1\text{мкм}$. Эти требования непросто удовлетворить, не только с технологической точки зрения, но и в силу фундаментальных причин - природы диффузионного транспорта в тонкопленочных 2D структурах.

Связь электрической и механической степеней свободы в SET

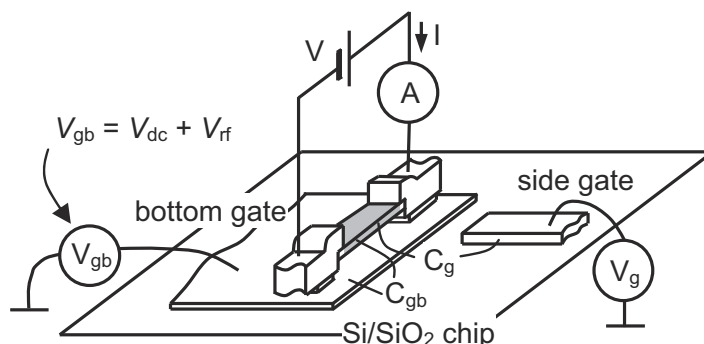


Рис. 12.6: Схематическое устройство одноэлектронного транзистора с подвешенной механической резонансной системой, а также схемы измерений. Цитировано из работы: Yu. Pashkin et al. APL **96**, 263513 (2010)

На рисунке (12.6) изображен такой SET, в котором заряжаемый островок является подвижной “балкой”. Балка имеет субмикронные размеры, с типичной толщиной 20нм, и резонансная частота ее изгибных колебаний лежит в области частот в сотни МГц. Когда балка прогибается, то увеличивается емкость SET относительно подложки или расположенного рядом электрода. В результате изгиба изменяются электриче-

ские характеристики SET. Т.о., в данном устройстве связаны механическая и электрическая степени свободы, и малые колебания балки можно регистрировать электрически, по изменениям характеристик SET. На рисунке (12.7) показана зависимость тока SET при изменении частоты вынужденных колебаний балки. Такое устройство является высоко чувствительным сенсором механических колебаний и его реальная пороговая чувствительность составляет примерно 10^{-16} м. Это, конечно, не рекорд, но достоинством является возможность интегрирования наномеханического сенсора в электронную схему, поскольку устройство изготавливается методами обычной полупроводниковой электронно-лучевой литографии. Если на токовую балку мы поместим малую массу (например, макромолекулу), то собственная частота колебаний балки уменьшится и мы это заметим по изменению электрической характеристики SET. Т.о., мы получили также сенсор малых масс.

12.3 Эталон тока на основе цепочек SET

Для создания эталона единицы электрического тока нового типа нужно научиться контролируемым образом перекачивать элементарные заряды через электрические цепи. Если перекачивать электроны друг за другом, перенося с помощью управляющего напряжения один электрон за один период управляющего напряжения, то потребуется управляющий сигнал с частотой, превышающей 10^{18} Гц. Эта величина примерно на четыре порядка превышает диапазон частот видимого света ($4 \times 10^{14} - 7.5 \times 10^{14}$ Гц) и попадает в диапазон рентгеновского излучения. Использование таких частот в реальных твердотельных электронных устройствах не представляется

возможным в силу множества причин, главная из которых - возбуждения в твёрдом теле, создаваемые высокоэнергетическими квантами рентгеновского излучения, приведут к потере контроля переноса зарядов. Вторая важная причина - несоответствие частоты управляющего сигнала характерному темпу туннелирования зарядов.

Для построения схем по перекачке электрических зарядов используются сверхпроводники или полупроводники. Вследствие этого, для избежания нежелательных возбуждений, частота управляющего сигнала ограничена величиной характерной энергии. В случае сверхпроводников это энергия сверхпроводящей щели, которая для традиционно используемого Al составляет около 200 мкэВ или 50 ГГц в единицах частоты. Для Nb эта энергия равняется 1.5 мэВ или 375 ГГц. Напомним, что при использовании полупроводников энергетическая щель как правило превышает 1 эВ, поэтому полупроводники позволяют работать с более высокими частотами.

В экспериментах с SET используются управляющие сигналы с типичными частотами от 10 МГц до единиц ГГц. Первые эксперименты по контролируемой перекачке электрических зарядов появились в начале 90-х годов, когда зародилась одноэлектроника. Устройства по перекачке электронов, так называемые электронные насосы, имеют один или несколько островов, соединённых малыми туннельными переходами друг с другом и внешними электродами. Потенциалы островов контролируются внешним высокочастотным сигналом таким образом, что за один период переменного напряжения через схему проходит в идеале точно один электрон. Поэтому постоянный ток I , перекачиваемый через систему, связан простым

соотношением с частотой высокочастотного сигнала f :

$$I = f|e| \quad (12.14)$$

куда помимо двух измеряемых параметров входит лишь одна фундаментальная константа - заряд электрона. Из этой формулы следует, что точность перекачиваемого тока такой системы определяется исключительно точностью задания частоты контролирующего сигнала, которая даже у коммерческих генераторов превышает 10^{-9} . Поэтому наивно можно ожидать такой же точности тока, что вполне достаточно для метрологических приложений. Однако в простой формуле есть одно важное допущение: предполагается, что за один период управляющего напряжения через схему переносится ровно один элементарный заряд. В действительности это не так, и в рабочих циклах могут быть ошибки. К таковым относятся пропущенные события, туннелирование двух электронов за один цикл, обратное туннелирование и т. д. Возможно также протекание тока и в отсутствие управляющего сигнала. Поэтому точность перекачки зарядов определяется не столько стабильностью частоты высокочастотного генератора, сколько процессами туннелирования зарядов, которые зависят от конкретных реализаций.

Помимо металлических и сверхпроводниковых реализаций зарядовых насосов существуют другие версии, основанные, например, на динамических квантовых точках в двумерном электронном газе, либо в GaAs (рабочая частота до 20 МГц, высота первого токового плато 3.2 пА), либо в Si (рабочая частота до 100 МГц, высота первого токового плато 16 пА) ; поверхностных акустических волнах (рабочая частота до 2.7 ГГц) . Если первая версия полупроводникового электронного насоса на квантовой точке работала при конечном напряжении смеще-

ния с модуляцией обоих туннельных барьеров, то более поздние реализации работали при нулевом напряжении смещения и с модуляцией только одного туннельного барьера большим переменным электрическим сигналом.

Наряду с устройствами, в которых переносится один заряд за каждый период управляющего напряжения, существуют также устройства, в которых заряд переносится большими порциями с целью увеличить значение постоянного тока. В таких устройствах за один период переносится заряд, равный $n(2)$, и перекачиваемый ток зависит от частоты управляющего сигнала следующим образом:

$$I = n(2)ef, \quad (12.15)$$

(1.2) где n - целое число. При этом в проведенных экспериментах n достигало нескольких сот куперовских пар. Следует отметить, что несмотря на достигнутое значение тока около 1 нА точность работы таких устройств невелика.

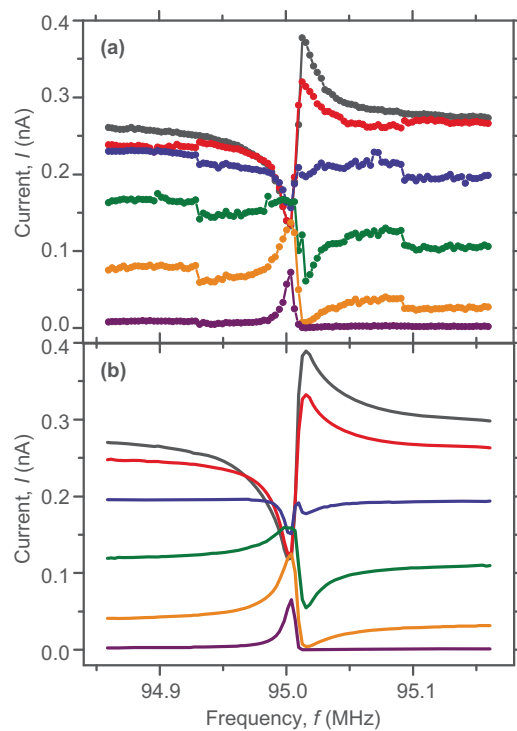


Рис. 12.7: Частотная зависимость тока SET при фиксированном напряжении $V_{DC} = -2.5\text{В}$ и при нескольких значениях $C_g V_g$: а) Результаты измерений, б) результаты симуляции. Yu. Pashkin et al. APL **96**, 263513 (2010)

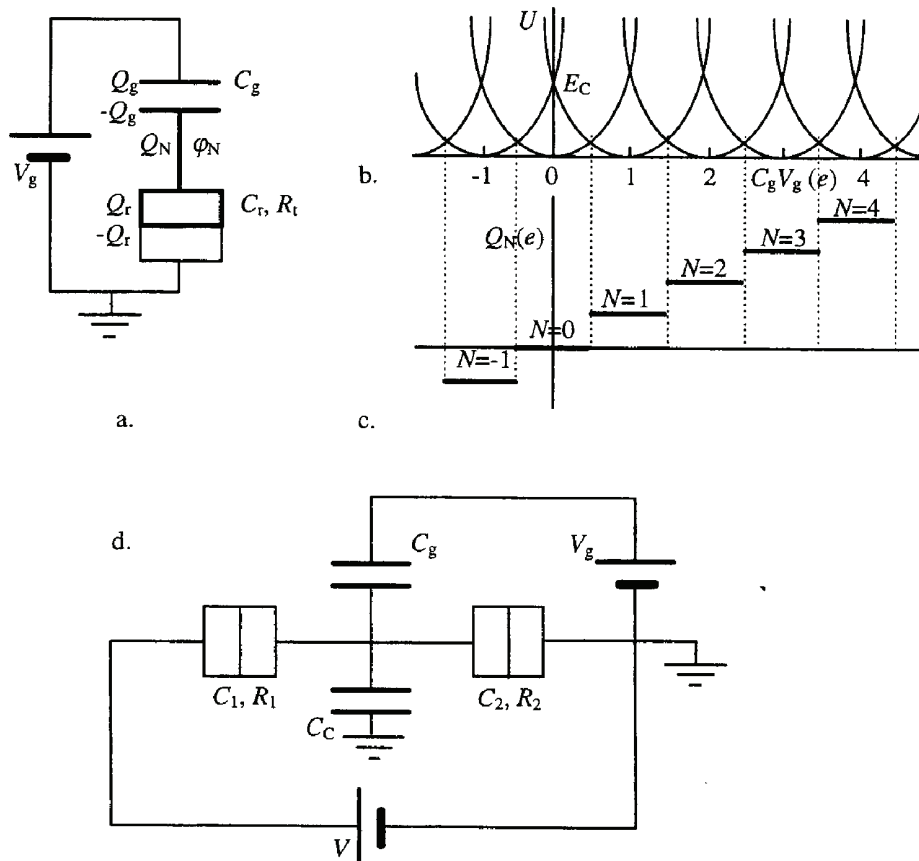


Рис. 12.8: а) Последовательная цепь, содержащая туннельные переходы и емкость. б) Заряды на двух емкостных элементах и потенциал центрального островка φ_N , в) свободная энергия системы в зависимости от напряжения смещения V_g , демонстрирующая периодическое поведение при удалении или добавлении заряда одного электрона на островок с зарядом Q_N , д) схема с двойным переходом; при $V_g = 0$ эта схема сводится к схеме на панели а)

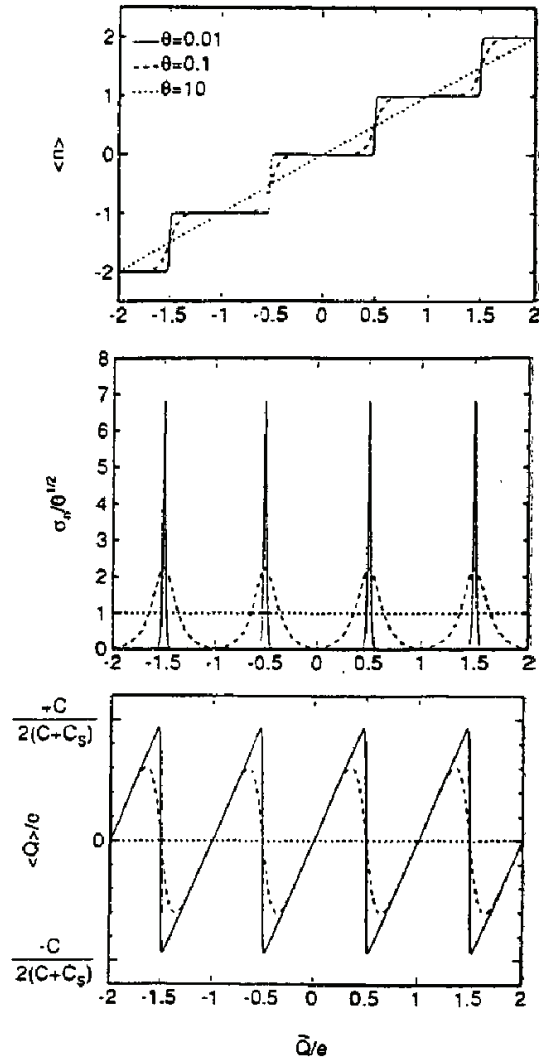


Рис. 12.9: Процесс заряда схемы с двойным переходом в зависимости от напряжения V_g ; а) Средний заряд Q_N , демонстрирующий ступенчатую зависимость б) Проводимость сильно подавлена в течение плато заряда; с) потенциал $\varphi(N)$ центрального островка. Сплошная линия - при $T \ll E_c/k$, штриховая и пунктирная линии - зависимость при повышении температуры.

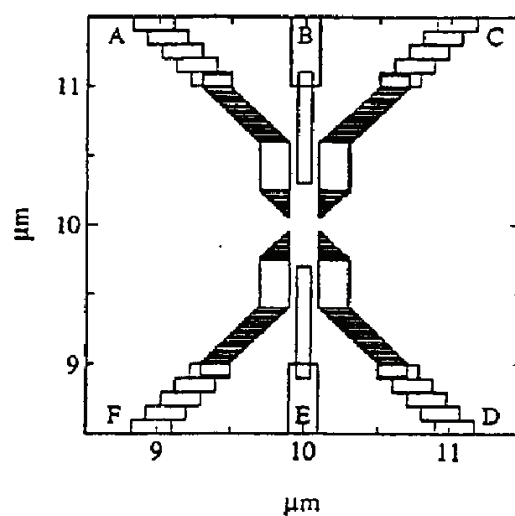


Рис. 12.10: Вид в плане затвора на поверхности GaAs-гетероструктуры. Отрицательные напряжения на затворах подавляют плотность электронов под областью затвора. Пары затворов А, F и С, D индуцируют туннельные барьеры, в то время как затворы В и Е ограничивают квантовую точку и управляют энергией и общим зарядом Q_N .

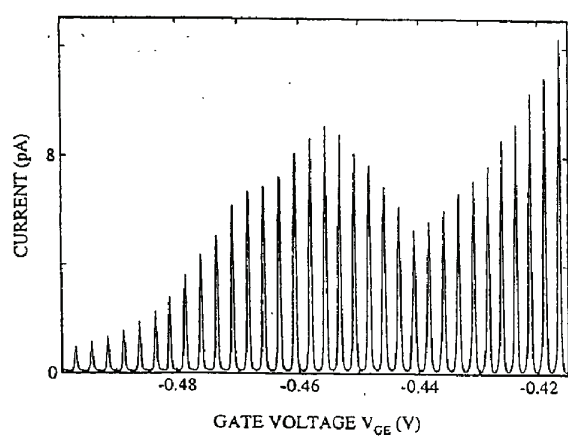


Рис. 12.11: Осцилляции тока при кулоновской блокаде проявляющиеся в токе через квантовую точку, изображенную на предыдущем рисунке при постоянном напряжении смещения $V = 50\text{мкВ}$ в зависимости от напряжения среднего затвора E . Температура 20мК .

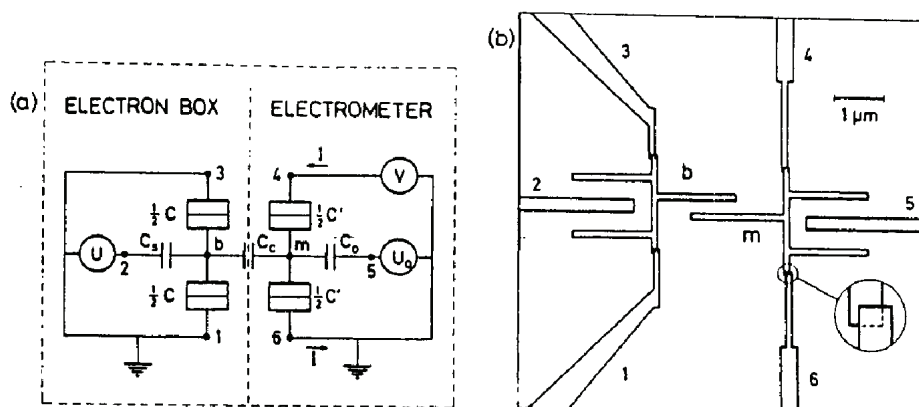


Рис. 12.12: Схема, содержащая два емкостно связанных одноэлектронных туннельных устройства, реализованная на основе двух туннельных переходов Al-AlO_x. Схема состоит из одного SET устройства (m, C_0), служащего электрометром для измерения потенциала и заряда находящегося надругом островке (b, C_3) - т.н. электронный ящик (ЕВ). Связь потенциала электронного ящика (островок b, C_3) с электрометром осуществляется через емкость C_c . а) принципиальная электрическая схема, б) внешний вид устройства

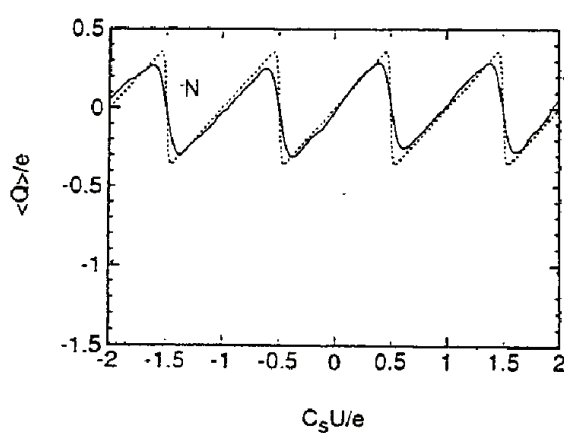


Рис. 12.13: Электростатический потенциал $\varphi(N, V)$, индуцированный затворным напряжением V . Плавный рост связан с непрерывным ростом поляризации при постоянном числе электронов. Резкое падение соответствует изменению числа электронов на единицу.

Литература

- [1] Single Charge Tunneling, Ed. H. Grabert and M. H. Devoret, NATO ASI-B: Physics 294 (Plenum, NY/London, 1992).
- [2] M. Kastner, *Physics Today* **46**, 24 (1993).
- [3] А. Бароне, Дж. Патерно, Эффект Джозефсона. Физика и применения, пер. с англ. (М. Мир, 1984).
- [4] L. P. Kowenhoven, *Science*, **268**, 1440 (1995).