

Глава 17

Микроскопика сверхпроводников. Методы измерений

План

- Теплоемкость. Определение энергетической щели из теплоемкости
- Теплопроводность
- Абрикосовские вихри. Эксперименты по изучению вихревой решетки и структуры вихря
-

17.1 Теплоемкость. Определение энергетической щели из теплоемкости

17.1.1 Энтропия

Хорошо известно, что свободная энергия материала в СП состоянии меньше чем в нормальном состоянии на физически

прозрачную величину - энергию магнитного поля, вытолкнутого из сверхпроводника, так что для плотности энергий

$$\delta F \equiv F_n - F_s = H_{cm}^2/8\pi \quad (17.1)$$

Дифференцируя по температуре получаем

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right) \\ S_s - S_n = \frac{H_{cm}}{8\pi} \frac{\partial H_{cm}}{\partial T}, \quad (17.2)$$

где H_{cm} - критическое магнитное поле массивного материала.

Q: Под каким углом зависимость $H_{cm}(T)$ подходит к оси $T = 0$?

Q: Какое состояние (S или N) является более упорядоченным ?

Q: Как выглядит зависимость $S_s - S_n$ от температуры ?

Q: Какого рода переход S-N при $H = 0$?

17.1.2 Теплоемкость

$$C = T \frac{\partial S}{\partial T} \quad (17.3)$$

17.1. Теплоемкость. Определение энергетической щели из теплоемкости³

Используя (17.2) получаем

$$C_s - C_n = \frac{T}{4\pi} \left[\left(\frac{\partial H_{cm}}{\partial T} \right)^2 + H_{cm} \frac{\partial^2 H_{cm}}{\partial T^2} \right]. \quad (17.4)$$

Как видно, теплоемкость испытывает скачок при всех $T \neq 0$. В частности, при температуре $T = T_c$, при которой $H_{cm} = 0$, получаем формулу Рутгерса

$$C_s - C_n = \frac{T_c}{4\pi} \left(\frac{\partial H_{cm}}{\partial T} \right)_{T_c}^2 \quad (17.5)$$

для скачка теплоемкости при сверхпроводящем переходе.

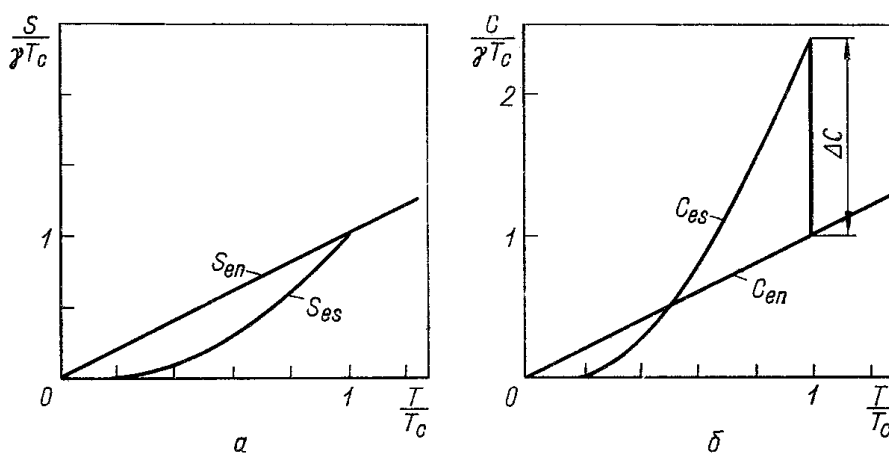


Рис. 17.1: Изменение с температурой энтропии и теплоемкости в нормальном и сверхпроводящем состоянии

17.1.3 Связь скачка теплоемкости с микроскопическими параметрами сверхпроводника

Мы знаем температурные зависимости щели $\Delta(T)$ и энергии возбуждений квазичастиц

$$E_k = [\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)]^{1/2}. \quad (17.6)$$

Спектр квазичастиц изображен на рисунке.

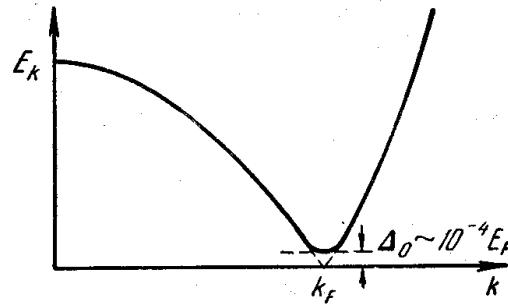


Рис. 17.2: Энергия квазичастиц E_k в СП состоянии в зависимости от волнового вектора k .

Энергия возбуждений $E_k = (\varepsilon_k^2 + \Delta_k^2)^{1/2}$ отличается от соответствующей энергии электронов в нормальном состоянии только в окрестности ПФ. Наблюдаемая в экспериментах энергетическая щель есть $2\Delta_0$ - это энергия, требуемая для образования двух квазиастиц.

Эти энергии определяют числа заполнения квазичастиц

$$f_k = \frac{1}{1 + \exp(\beta E_k)}, \quad (17.7)$$

где для краткости введено $\beta = 1/k_B T$. Из обычной статистики газа фермионов получаем электронную энтропию

$$S_{es} = -2k \sum_k [(1 - f_k) \ln(1 - f_k) + f_k \ln f_k]. \quad (17.8)$$

17.1. Теплоемкость. Определение энергетической щели из теплоемкости⁵

Из электронной энтропии находим удельную теплоемкость

$$C_{es} = T \frac{\partial S_{es}}{\partial T} = -\beta \frac{\partial S_{es}}{\partial \beta} \quad (17.9)$$

Используя (17.8) получаем

$$\begin{aligned} C_{es} &= 2\beta k \sum_k \frac{\partial f_k}{\partial \beta} \ln \frac{f_k}{1-f_k} = -2\beta^2 k \sum_k \frac{\partial f_k}{\partial \beta} \\ &= -2\beta^2 k \sum_k E_k \frac{\partial f_k}{\partial(\beta E_k)} \left(E_k + \beta \frac{\partial E_k}{\partial \beta} \right) \\ &= 2\beta k \sum_k -\frac{\partial f_k}{\partial E_k} \left(E_k^2 + \frac{\beta}{2} \frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta} \right). \end{aligned} \quad (17.10)$$

Здесь первое слагаемое такое же как и в нормальном металле и есть перераспределение квазичастиц по различным уровням при изменении температуры. Второе слагаемое описывает влияние изменения зависящей от температуры щели на изменение энергетических уровней. Оба слагаемых экспоненциально малы при $T \ll T_c$, когда минимальная энергия возбуждений $\Delta \gg kT$. В другом предельном случае - в окрестности T_c - $\Delta(T \rightarrow T_c) \rightarrow 0$. Поэтому $E_k \approx |\varepsilon_k|$. Тогда первое слагаемое дает обычную электронную теплоемкость нормального состояния

$$C_{en} = \gamma T = (2\pi^2/3)g(0)k^2T, \quad (17.11)$$

Второе слагаемое обращается в нуль при $T > T_c$ и отлично от нуля при $T < T_c$, поэтому оно дает величину скачка теплоемкости при $T = T_c$. Найдем величину этого скачка. Используя зависимость $\Delta(T)$ при $T \approx T_c$:

$$\Delta(T)/\Delta(0) \approx 1.74 \left[1 - \frac{T}{T_c} \right]^{1/2} \quad (17.12)$$

получим

$$\Delta C \approx 9.4g(0)k^2T_c. \quad (17.13)$$

Нормируя величину скачка на теплоемкость в нормальном состоянии (17.11) получаем безразмерную величину скачка

$$\frac{\Delta C}{C_{en}} = \frac{9.4}{(2\pi^2/3)} = 1.43 \quad (17.14)$$

17.1.4 Теплоемкость в сверхпроводящем состоянии

Пусть $T \ll T_c$, щель отлична от нуля, тогда $df/dE \approx \exp(-E/T)$ и теплоемкость газа возбуждений со щелью в спектре имеет очевидное значение

$$C_e \approx 2g(0)\frac{\Delta^2}{kT} \exp\left(-\frac{\Delta}{kT}\right) \quad (17.15)$$

Так как экспоненциальная функция гораздо сильнее, чем $1/T$, то теплоемкость спадает при понижении температуры гораздо быстрее, чем в нормальном металле ($\propto T$).

На самом деле выражение (17.15) это упрощение, которое получено в грубой модели, где плотность возбуждений не зависит от энергии, а щель изотропна и не зависит от температуры:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_s(E) &= 0, \quad \text{при } E < \Delta \\ \mathcal{N}_s(E) &= g(0), \quad \text{при } E > \Delta \end{aligned} \quad (17.16)$$

17.1.5 Плотность состояний возбуждений в сверхпроводнике как функция энергии возбуждений E_k

В общем случае, щель может быть анизотропной, зависеть от энергии и от температуры даже в модели БКШ. Рассмотрим простой случай, когда щель изотропна. Для нахождения

17.1. Теплоемкость. Определение энергетической щели из теплоемкости 7

этой зависимости разобьем квазичастицы на две группы $i = 1, 2$: (1) квазичастицы с волновым вектором k вне ПФ и (2) квазичастицы с вектором k внутри ПФ. В нормальном состоянии группе (1) соответствуют квазиэлектроны, а группе (2) - квазидырки. Полное число состояний остается неизменным в сверхпроводящем и нормальном состоянии:

$$\mathcal{N}_n(\varepsilon)d\varepsilon = \mathcal{N}_s(E^i)dE^i \quad (17.17)$$

и

$$\mathcal{N}_s(E^i) = \mathcal{N}_n(\varepsilon) \left[\frac{dE^i}{d\varepsilon} \right]^{-1} = \frac{E^i \mathcal{N}_n \pm \sqrt{(E^i)^2 - \Delta^2}}{[(E^i)^2 - \Delta^2]^{1/2} + \Delta d\Delta/d\varepsilon} \quad (17.18)$$

На рисунке 17.3 изображена зависимость плотности состояний возбуждений от энергии. E^i не может принимать значения меньше $\Delta(0)$, поэтому физ.смысл имеют только значения $E^i > \Delta(0)$: $\mathcal{N}_s(E^i) = 0$ при $E^i > \Delta(0)$. Резкое изменение $\Delta(\varepsilon)$ через член в знаменателе вызывает нерегулярность поведения $\mathcal{N}_s(E)$. В числителе выражения 17.18 корень надо брать со знаком $+$ для группы (1) и со знаком $(-)$ для группы (2). Если считать, что для квазичастиц в нормальном состоянии вблизи фермиевской энергии ($\varepsilon = 0$):

$$\mathcal{N}_n(\varepsilon) = \mathcal{N}_n(0) + \varepsilon \mathcal{N}'_n(0) + \dots \quad (17.19)$$

то для плотность состояний для обеих групп квазичастиц различна - см. рисунок 17.3а. Однако, характерный интервал энергий ε , на котором изменяется $\mathcal{N}_n(\varepsilon)$ намного больше чем Δ и поэтому в большинстве случаев в теории ограничиваются первым членом разложения (17.19), т.е. считают $\mathcal{N}_n = const(\varepsilon)$ и $\Delta(\varepsilon) = const$. В таком случае плотность возбуждений имеет вид как на рисунке 17.3б. В модели БКШ $\Delta(\varepsilon)$ обрывается на

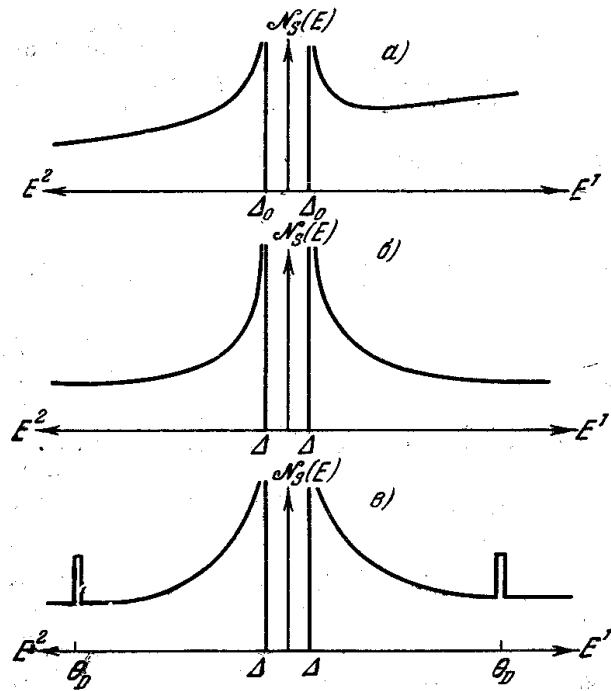


Рис. 3.2. Плотность состояний $N_S(E)$:
 а — общий вид; б — модель с постоянными значениями $N_N(\epsilon)$; в — модель БКШ.

Рис. 17.3: Плотность состояний $g(E) \equiv N(E)$. а) - общий вид, б) - в модели с постоянными значениями $N_n(\epsilon)$, в) в модели БКШ.

дебаевской частоте $\epsilon_k = \theta_D$, из-за чего на зависимости $N_S(E)$ возникают δ -пики при энергии $E^i = \theta_D$ и $E^i = (\theta_D^2 + \Delta^2)^{1/2}$ - см. рисунок 17.3в.

В модели БКШ довольно просто получается приблизитель-

17.1. Теплоемкость. Определение энергетической щели из теплоемкости⁹

ное поведение $C_{es}(T)$:

$$\begin{aligned} \frac{C_{es}}{\gamma T_c} &\approx 8.5 \exp\left(-1.44 \frac{T_c}{T}\right) & 0.2 < T/T_c < 0.7 \\ \frac{C_{es}}{\gamma T_c} &= \frac{3}{2} \left(\frac{2T_c}{\pi T}\right)^{3/2} \left(\frac{\Delta(0)}{kT_c}\right)^{5/2} \exp -\Delta(0)/kT = \\ &= 2.37 \left(\frac{T_c}{T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-1.76 \frac{T_c}{T}\right) & T/T_c < 0.1 \end{aligned} \quad (17.20)$$

Экспериментальные данные по теплоемкости Sn и V приведены на рисунке. Видно, что эмпирически подобранный “закон соответственных состояний”

$$\frac{C_{es}}{\gamma T_c} = 9.17 \exp(-1.5T_c/T) \quad (17.21)$$

аналогичен по форме полученному выражению (17.20) и неплохо описывает экспериментальные данные при не слишком низких температурах. Это согласие свидетельствует в пользу существования в спектре возбуждений щели $2\Delta \approx 3kT_c$ как для V, так и для Sn. При более низких температурах экспериментальные данные отличаются от простой экспоненциальной зависимости, как видно из данных для Al и Zn. Поэтому обычно для определения щели используются данные измерений теплоемкости вблизи T_c , а не при низких температурах $T \ll T_c$.

Q: Возможны ли в СП другие типы возбуждений кроме распаренных электронов ?

A: Конечно, могут быть возбуждения такие же как и в нормальном металле (фононы и

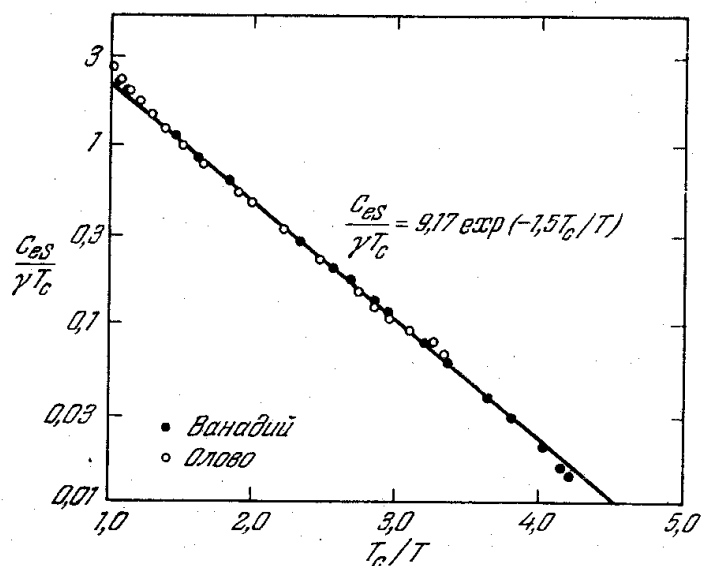


Рис. 17.4: Нормированная теплоемкость Sn и V в сверхпроводящем состоянии (M.A.Biondi et al., Rev. Mod. Phys. **30**, 1109 (1958)).

плазмоны). Могут быть также и возбуждения специфические для СП, внутри щели - коллективные возбуждения типа экситонов. Они возможны в случае анизотропного потенциала спаривания $V_{kk'}$

17.1. Теплоемкость. Определение энергетической щели из теплоемкости 11

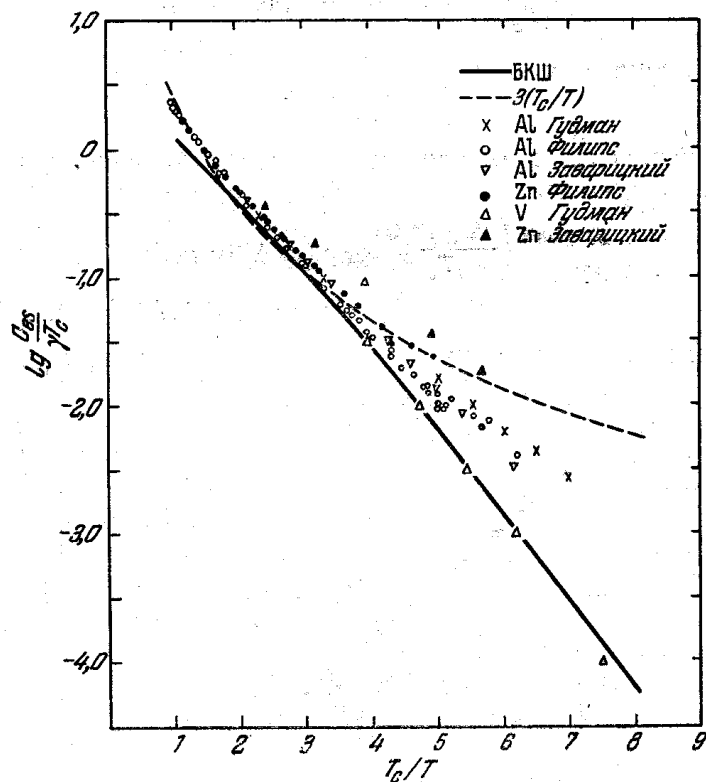


Рис. 17.5: Нормированная теплоемкость в зависимости от T_c/T для Al, Zn и V в сверхпроводящем состоянии (Н. А. Boorse, Phys.Rev. Lett. **2**, 391 (1958)).

Литература

- [1] Д. Дуглас и Л. Фаликов, Энергетическая щель в сверхпроводниках, в: *Сверхпроводимость*, сб. статей (Современные проблемы физики), М., Наука, Физ-мат.литю 1967
- [2] В.В. Шмидт, *Введение в физику сверхпроводников*, (Москва, МЦНМО, 2000).
- [3] М. Тинкхам, Введение в сверхпроводимость, М., Атомиздат, 1980.
- [4] Дж. Шриффер, Теория сверхпроводимости, М., Наука Физ.-мат.лит, 1970