

Глава 3

Характерные масштабы в мезоскопике

3.1 Введение

Структуры современных интегральных схем приближаются к фундаментальным пределам и их следующее поколение как может оказаться будет иметь неожиданные свойства вследствие малых размеров сопоставимых с длиной волны и вследствие флуктуаций. Квантовые эффекты проявляются тогда, когда характерный размер устройства становится сравнимым с де-Бройлевской длиной волны. Но не только тенденция к миниатюризации вводит нас в область мезоскопике. Число электронов n в устройстве становится счетным, и в результате, например, свойства систем, содержащих нечетное $n = 2i + 1$ и четное $2i$ количества электронов могут стать различными.

Традиционная макрофизика оперирует с объектами, содержащими макроскопическое число N частиц (электронов), так что их термодинамическое или в приближении среднего поля описание является хорошим. В другом предельном случае, микроскопическая физика (например, физика элементарных частиц или молекулярная физика) имеют дело с объектами содержащими малое число частиц, порядка единицы. Мезоскопическая физика занимает промежуточную область, в которой число частиц в изучаемом объекте хотя и велико, но квантовые флуктуации физических параметров не являются пренебрежимо малыми.

Конструирование систем на масштабе электронной длины волны позволяет создавать искусственные атомы (квантовые точки), искусственные цепочки частиц (квантовые провода). В этих объектах Кулоновское взаимодействие играет существенную роль и приводит к ряду интересных явлений. В частности, работа нескольких важных мезоскопических устройств, например, таких как одноэлектронный транзистор, основана на эффекте Кулоновского взаимодействия.

3.2 Масштабы длины, характерные в мезоскопической физике

А) Фермиевский волновой вектор

$k_F = 2\pi/\lambda_F = \sqrt{(2\pi n/g_v)}$, где n - плотность электронов на единицу площади.

Характерные значения для (100) n-Si-MOSFET

$$k_F = 1 \times 10^6 \text{ см}^{-1} \text{ при } n = 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}.$$

В) Фермиевская длина волны $\lambda_F = 2\pi/k_F$

В вырожденном Ферми-газе, при $T = 0$ электроны занимают состояния соответственно волновому вектору k с $|\mathbf{k}| \leq k_F$. Полная плотность электронов равна

$$n = \begin{cases} \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{3} k_F^3 & d = 3; \\ \frac{2}{(2\pi)^2} \pi k_F^2 & d = 2; \\ \frac{2}{2\pi} k_F & d = 1 \end{cases}$$

Коэффициент 2 из-за спинового вырождения, $g_s = 2$.

Рассмотрим численные оценки характерных величин :

$$\lambda_F \approx 46 \text{ \AA} \quad \text{для n-GaAs/AlGaAs при } n = 3 \times$$

$$10^{11} \text{ см}^{-2}. (g_v = 1).$$

$$\lambda_F \approx 64 \text{ \AA} \quad \text{для n-Si-MOS при } n = 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}.$$

($g_v = 2$).

(Дополнительное вырождение из-за двух долин в (100)Si, $g_v = 2$).

В общем случае, для $d = 2$

$$n = \pi k_F^2 \frac{2g_v}{(2\pi)^2}. \quad (3.1)$$

C) **Фермиевская скорость** $v_F = \hbar k_F / m$.

Для (100) n-Si-MOSFET

$v_F \approx 6 \times 10^6$ см/с при $n = 3 \times 10^{11}$ см⁻².

D) **Длина свободного пробега** l_p

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_p}{m} = \frac{nev_F l_p}{m} \quad (3.2)$$

Мы использовали выше $v = v_F$ и $k = k_F$ потому что при $k_B T \ll E_F$ все процессы происходят в близкой окрестности $E_F \pm k_B T$.

NOTE: τ_p (транспортное время) это время релаксации импульса, соответствующее рассеянию на большой угол. У разных параметров (энергия, фаза волны, спин) имеется свое время релаксации τ_i .

E) **Фундаментальная единица сопротивления**

$$R = \frac{h}{e^2} = 25813\Omega.$$

$$R \times C = [\text{время}]$$

$$C = [\text{длина}]$$

$$R = \frac{\text{time}}{\text{length}}$$

$$\sigma = R^{-1} = [\text{скорость}].$$

$$k_F l_p g_v = \sigma \quad \text{когда} \quad \sigma \text{ в единицах} \quad \left(\frac{e^2}{h}\right).$$

F) **Размер системы**

Рассмотрим мезоскопическую систему, заключенную в “ящик” $L_x \times L_y \times L_z$, где $L_z < L_y < L_x$.

Имеются две характерные энергии

- Энергия системы квантуется согласно

$$\varepsilon(i_x, j_y, k_z) = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\left(\frac{\pi i_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{\pi j_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{\pi k_z}{L_z}\right)^2 \right], \quad (3.3)$$

где i_x, j_y, k_z являются целыми. Система естественным образом может быть классифицирована следующим образом, в зависимости от относительной величины L_x, L_y, L_z и λ_F .

(1) $\lambda_F \ll L_z < L_y < L_x$: 3D (объемные тела)

(2) $L_z \leq \lambda_F < L_y < L_x$: 2D (MOSFET,

гетероструктуры, QW)

(3) $L_z \sim L_y \leq \lambda_F < L_x$: 1D (квантовые провода)

(4) $L_z \sim L_y \sim L_x < \lambda_F$: 0D (квантовые точки).

- Кулоновская энергия всей системы электронов, заключенных в ящик :
 $E_c = e^2/(\kappa L)$ на 1 электрон.

Большие системы: $E_c < \varepsilon$

Малые системы: $E_c > \varepsilon$.

Кроссовер отвечает $L \sim \sqrt{\lambda_F a_B}$,

где $a_B = \kappa \hbar^2 / (m e^2)$, Боровский радиус ($a_B = 32 \text{ \AA}$ для объемного Si, в котором $\kappa = 11.5$).

Для двумерной системы электронов в Si электрическое поле частично расположено в объеме Si, а частично - в подзатворном диэлектрике (SiO_2), поэтому средняя $\bar{\kappa} = 7.7$ и $a_B^* = 21.5 \text{ \AA}$).

G) Длина тепловой диффузии

Электрон движется **баллистически** на масштабе меньшем l_p , и движется **диффузионно** на масштабах больших l_p . Такое движение характе-

ризуется Эйнштейновским коэффициентом диффузии D :

$$D \sim \frac{1}{2} v_F^2 \tau = \frac{l_p^2}{2\tau} = \frac{l_p v_F}{2}. \quad (3.4)$$

В результате рассеяния (в основном, на примесях) электронные волны соответствующие вектору k уширяются в энергетическом интервале $\Delta\varepsilon \sim \hbar/\tau$. Это уширение в импульсном пространстве имеет следующий вид:

$$\Delta k \sim (dk/d\varepsilon(k))\Delta\varepsilon = 1/l_p.$$

Фазовая когерентность однако, оказывается не разрушенной рассеянием на примесях.

При $T \neq 0$, транспорт определяется тепловым усреднением по всем состояниям в интервале $E_F \pm k_B T$. Это означает, что электрон теряет энергию и фазовую когерентность спустя время $\sim \hbar/(k_B T)$. Последний интервал времени соответствует длине

$$L_T = \sqrt{D\hbar/k_B T}. \quad (3.5)$$

называемой **тепловой диффузионной длине** или **длине тепловой диффузии**.

Энергия Таулесса.

Имеется важная энергия, соответствующая раз-

меру системы: Пусть t есть характерное время, которое требуется чтобы электрон в процессе диффузионного движения прошел от центра системы и достиг края образца. Энергия Таулесса есть $E_T = \hbar/t$. Она характеризует чувствительность энергетического уровня системы к граничным условиям. С другой стороны, подставляя в предыдущую формулу $L_T = L$ и $k_B T = E_T$, замечаем, что

$$E_T = D\hbar/L^2 \quad (3.6)$$

Два состояния, энергии которых отличаются более чем на энергию Таулесса, коррелированы друг с другом, а в противном случае могут рассматриваться как независимые одночастичные состояния, энергии которых не расщеплены.

Н) Длина фазовой когерентности

Фаза электрона сбивается в результате многократного рассеяния в процессе диффузионного движения. Расстояние, на котором электрон ухитряется поддерживать свою фазовую когерентность, называется длиной фазовой когерентности (или, что эквивалентно - длиной сбоя фазы) l_φ ; соответственно длине имеется и характерное время фазовой когерентности (или, что эквивалентно, временем сбоя фазы, временем фазовой релаксации) τ_φ , соответственно.

Время релаксации фазы τ_φ определяется, главным образом, неупругим рассеянием, так что

$$L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi} = \lambda\sqrt{\tau_\varphi/\tau_p}, \quad (3.7)$$

где сделана подстановка $D = (v_F)^2\tau/2$, а l_p (или, для краткости, l) как мы помним - длина свободного пробега, т.е. длина релаксации импульса. При высоких T релаксация энергии (фазы) определяется, в основном, рассеянием электронов на фононах, а при низких температурах фононный вклад исчезает и доминирующим является электрон-электронное рассеяние.

$$\tau_\varphi \propto T^{-p}, \quad (3.8)$$

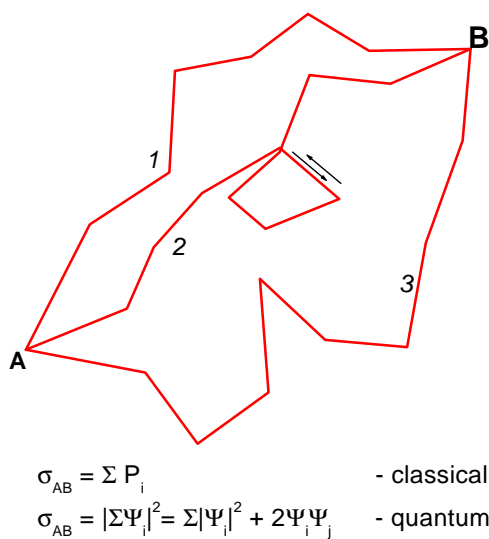


Рис. 3.1: Схематическое изображение процесса диффузионной проводимости между двумя точками, A и B .

где $p = 2$ или 1 для e - e рассеяния и $p > 2$ для рассеяния на фононах.

I) Диффузионный и Баллистический режимы

$$L \gg l_p \quad (3.9)$$

$$L \ll l_p \quad (3.10)$$

Гетероструктуры с высокой подвижностью μ :

$l_p \sim 50$ мкм - баллистика;

Кремниевые МДП структуры с высокой подвижностью μ :

$l_p \sim 0.3$ мкм - диффузия ;

1D (QWi), 0D (QD):

$l_p \sim 100 \text{ \AA}$.

Для систем, содержащих мезоскопические сужения, в 2D-объеме и в области сужения могут достигаться различные режимы транспорта.

Кроме того, в **QD** и **QWi**

$\lambda_F = 2\pi/k_F = 354(10^{12} \text{ см}^{-2}/n)^{1/2} \text{ \AA}$ так что $L < \lambda_F$ и энергия квантования не очень важна, за исключением низких T .

Кулоновская энергия становится главным параметром.